

Perencanaan Distribusi LPG dengan *Periodic Vehicle Routing Problem* guna Minimasi Biaya Transportasi (Studi Kasus : PT.Gading Mas Indah Malang)

Annisa Kesya Garside* dan Nyimas Mirnayanti Jayasari Sutadisastra
Fakultas Teknik, Jurusan Teknik Industri, Universitas Muhammadiyah Malang

Abstract

PT. Gading Mas Indah Malang represent one of LPG distributor which has a handling of inefficient distribution problem in delivery process to agent where less gives attention to demand, no definite scheduling and route make the high of distribution cost. Periodic Vehicle Routing Problem (PVRP) is a route planning from a depot to consumer among m -day period. In this research, PVRP used to optimize visit frequency and route of each agent to minimize distribution cost. The first step is clustering agents by k -means approach then determining delivery quantity, formulate mathematical model of PVRP, and solution searching using LINGO software to select the route which gives the minimum cost. From the result, optimum visit frequency is 1 visit and transportation cost saving is Rp 733,500,-/week equal to 40.82%.

Keywords: distribution, Periodic Vehicle Routing Problem, transportation cost, visit frequency, route planning

1. Pendahuluan

Perencanaan pendistribusian barang merupakan hal yang mutlak diperlukan bagi setiap perusahaan agar dapat memenuhi permintaan konsumen tepat waktu, meminimalkan jarak tempuh dan mengurangi biaya transportasi. Sistem distribusi LPG (*Liquefied Petroleum Gas*) merupakan permasalahan yang menimbulkan kerugian besar apabila tidak ditangani dengan benar. Terjadinya kelangkaan (*stockout*) maupun penumpukan di agen-agen akan berdampak pada harga LPG di masyarakat.

PT. Gading Mas merupakan salah satu distributor LPG di kawasan Malang Raya. Perusahaan menggunakan sistem keliling dalam proses *replenishment* LPG 12 kg walaupun agen tidak memesan, sehingga perusahaan tidak menjadwalkan agen-agen yang akan dikunjungi secara pasti dalam satu harinya. Hal ini menyebabkan permintaan agen kurang diperhatikan pada saat *replenishment* karena agen masih memiliki persediaan yang cukup banyak pada saat dikunjungi. Selain itu rute yang ditempuh masing-masing kendaraan belum memperhatikan jarak antar agen sehingga jarak yang ditempuh menjadi jauh dan total waktu dalam satu kali perjalanan menjadi lama yang berdampak pada tingginya biaya transportasi.

Dalam penelitian ini akan dilakukan perencanaan distribusi LPG menggunakan *Periodic Vehicle Routing Problem* (PVRP). PVRP merupakan perluasan dari VRP dengan rentang perencanaan menjadi m hari sehingga kunjungan ke tiap konsumen memiliki rentang pengiriman t hari dan dilayani dalam frekuensi pengiriman tertentu [1]. Dengan penerapan PVRP pada perencanaan distribusi LPG di PT. Gading Mas Indah akan diperoleh jadwal kunjungan dan rute yang tepat sehingga pengiriman sesuai dengan permintaan agen dan menurunkan total biaya transportasi yang dikeluarkan PT Gading Mas Indah Malang.

* Correspondence: annisa_garside@yahoo.com

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Periodic Vehicle Routing Problem

Menurut Prana dalam [2], *Periodic Vehicle Routing Problem* (PVRP) dapat dijabarkan sebagai berikut :

- a. Tujuan : Meminimalisasi jumlah kendaraan dan total waktu perjalanan untuk melayani tiap pelanggan
- b. Kelayakan : solusi dianggap layak jika memenuhi batasan standar VRP. Ditambah dengan keadaan bahwa sebuah kendaraan tidak boleh kembali ke depot pada satu hari yang sama. Dalam m hari, tiap pelanggan harus dikunjungi minimal sekali.
- c. Perhitungan : PVRP merupakan masalah pengaturan sekelompok rute untuk tiap hari sehingga batasan-batasan yang ada terpenuhi dan biaya keseluruhan dapat diminimalisasi. PVRP dapat dilihat sebagai *multi-level combinatorial optimization problem* :
 - Pada tahap pertama, menghasilkan sebuah kelompok berisi alternatif kombinasi hari kunjungan untuk tiap pelanggan.
 - Pada tahap kedua, memilih satu alternatif kombinasi kunjungan untuk setiap pelanggan sehingga batasan harian terpenuhi. Oleh karena itu kita harus memilih pelanggan mana yang akan dikunjungi setiap harinya.
 - Pada tahap ketiga, menyelesaikan VRP untuk tiap harinya (menggunakan perhitungan dasar VRP).

Dalam PVRP yang merupakan perencanaan rute dalam m hari maka diperlukan penentuan frekuensi kunjungan f dan kombinasi hari kunjungan S . Tabel 1 menunjukkan frekuensi kunjungan dan kombinasi hari kunjungan selama 6 hari dengan mengasumsikan rentang antar pengirimannya bernilai konstan. Urutan 6 digit yang digunakan pada tabel diatas mewakili hari kunjungan, dimana 1 mengindikasikan bahwa terjadi kunjungan di hari tersebut dan 0 mengindikasikan sebaliknya. Sebagai contoh jika $f = 2$ maka kombinasi kunjungan adalah pada hari ke-1 dan ke-4, hari ke-2 dan ke-5, atau hari ke-3 dan ke-6.

2.2 Model Matematis Periodic Vehicle Routing Problem (PVRP)

Rusdiansyah dan Tsao mengembangkan model *Inventory Routing Problem* (IRP) yang dibangun berdasarkan model *Periodic Vehicle Routing Problem with Time Windows* (PVRPTW) untuk *vending machine supply chain* [3]. Model selanjutnya disebut dengan *Integrated Inventory and Periodic Vehicle Routing Problem with Time Windows* (IPVRPTW). PVRPTW dipilih sebagai dasar pengembangan model yang diajukan karena PVRP sangat cocok diaplikasikan untuk industri-industri minuman dan batasan *time window* perlu diterapkan dalam *vending machine supply chain*. Model IPVRPTW ini memiliki perbedaan dibanding PVRPTW dalam dua hal yaitu (1) fungsi tujuannya berupa minimasi total biaya yang terdiri dari biaya simpan dan biaya transportasi selama m hari dan (2) frekuensi kunjungan merupakan variabel keputusan sehingga diperoleh penugasan frekuensi kunjungan yang paling optimal dengan mempertimbangkan *trade off* antara biaya simpan dan biaya transportasi.

Model PVRP yang digunakan dalam penelitian ini memodifikasi model IPVRPTW yang dikembangkan oleh Rusdiansyah dan Tsao dalam [3] dengan menjadikan frekuensi kunjungan sebagai parameter yang tetap (bukan variabel keputusan), menghilangkan komponen biaya simpan pada fungsi tujuan dan meniadakan batasan *time windows*. Variabel keputusan dalam model PVRP menjadi :

x_{ijk} = bernilai 1 jika kendaraan $k \in K$ mengunjungi agen $j \in I_0$ setelah mengunjungi agen $i \in I_0$ pada hari $t \in T$ dan bernilai 0 jika sebaliknya.

Y_{it} = bernilai 1 jika agen $i \in I_0$ dikunjungi oleh kendaraan manapun pada hari $t \in T$ dan bernilai 0 jika sebaliknya.

Notasi parameter yang digunakan sama dengan notasi parameter dalam model yang dikembangkan Rusdiansyah dan Tsao (2005).

m : Panjang periode/hari

c_{ij} : biaya perjalanan dari agen ke- i menuju agen ke- j

t_{ij} : waktu perjalanan dari agen ke- i menuju agen ke- j

h : biaya simpan per unit produk per hari

D_i : total permintaan dari agen $i \in I$ selama periode m hari

F : sejumlah frekuensi kunjungan yang diperkenankan

S : sejumlah kombinasi hari kunjungan (*visit day*)

q_i : ukuran pengiriman di agen $i \in I$ pada setiap kali kunjungan

d_i : waktu pelayanan yang diperlukan ketika kendaraan mengunjungi agen ke- i

C : kapasitas maksimum tiap kendaraan

R : waktu perjalanan maksimum dari tiap perjalanan

f_i : frekuensi kunjungan pada retailer $i \in I$ selama periode m -day

Fungsi tujuan model PVRP adalah minimasi total biaya transportasi selama m periode hari dan secara matematis dinyatakan sebagai berikut :

$$\text{Minimasi } TC = \sum_{i \in I_0} \sum_{j \in I_0} \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ijtk} \quad (1)$$

Dengan fungsi pembatas :

$$\sum_{t \in T} y_{it} = f_i, \quad i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{r=t+1}^{t+\frac{m}{f_i}} y_{ir} = 1, \quad t = 0, \dots, \left(m - \frac{m}{f_i}\right), \quad i \in I \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I_0} \sum_{j \in I_0} q_i x_{ijtk} \leq C, \quad t \in T; k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{i \in I_0} \sum_{j \in I_0} (t_{ij} + d_i) x_{ijtk} \leq R, \quad t \in T; k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I_0} x_{irtk} - \sum_{j \in I_0} x_{rjtk} = 0, \quad r \in I_0; t \in T; k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{j \in I} x_{rjtk} \leq 1, \quad r = 0; t \in T; k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{i \in B} \sum_{j \in B} x_{ijtk} \leq |B| - 1, \quad t \in T; k \in K; B \subseteq I; |B| \geq 2 \quad (8)$$

$$x_{ijtk} \in \{0,1\}, \quad i, j \in I_0; t \in T; k \in K \quad (9)$$

$$y_{it} \in \{0,1\}, \quad i \in I_0; t \in T \quad (10)$$

Pembatas 2 menjamin tiap agen akan dikunjungi sebanyak frekuensi yang ditentukan. Pembatas 3 menjamin kombinasi hari kunjungan ke tiap agen sesuai dengan frekuensi kunjungannya (sesuai tabel 1). Pembatas 4 menjamin muatan tiap kendaraan tidak melebihi kapasitasnya. Pembatas 5 menjamin total waktu perjalanan dan pelayanan yang diperlukan tiap kendaraan dalam mengunjungi sejumlah agen tidak melebihi waktu perjalanan maksimum yang diijinkan. Pembatas 6 memastikan tiap kendaraan akan mengunjungi dan meninggalkan agen pada hari yang sama. Pembatas 7 menjamin tiap kendaraan hanya dapat digunakan satu kali dalam satu hari dan akan berangkat dari depot/gudang. Pembatas 8 menyatakan *subtour*

elimination constraint yang menjamin urutan kunjungan kendaraan ke agen-agen akan membentuk suatu rute tunggal (tidak terpisah-pisah) dalam satu harinya. Persamaan 9 dan 10 menjamin solusi variabel keputusan bernilai biner.

Dalam pembatas 3 jika ditetapkan $m = 6$ dan $f_i = 2$ akan diperoleh $t = 0, 1, 2, 3$, sehingga persamaan 3 dapat dinyatakan :

$$\sum_{r=t+1}^{t+3} y_{ir} = 1, \quad t = 0, 1, 2, 3; \quad i \in I \quad (11)$$

Bila dimisalkan solusi persamaan 11 adalah $y_{i1} = 1$ maka $y_{i4} = 1$ yang berarti agen i akan dikunjungi dua kali yaitu hari ke-1 dan ke-4 (kombinasi hari kunjungan 100100) dan jika $y_{i2} = 1$ maka $y_{i5} = 1$ (kombinasi hari kunjungan 010010). Dari hasil tersebut menunjukkan pembatas 3 hanya menjamin kombinasi hari kunjungan akan sesuai dengan frekuensi kunjungannya (sesuai tabel 1). Sedangkan tujuan PVRP adalah menentukan jadwal hari kunjungan tiap kendaraan untuk tiap agen sehingga dibutuhkan satu pembatas tambahan yang menjamin tiap agen dikunjungi kendaraan pada hari yang sesuai dengan frekuensi dan kombinasi kunjungan yang telah ditentukan, secara matematis dapat dinyatakan pada persamaan 12.

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in I} x_{ijk} - y_{it} = 0, \quad i \in I, \quad t \in T \quad (12)$$

Dari persamaan tersebut, jika agen i dikunjungi pada hari ke- t ($y_{it} = 1$) maka dapat dipastikan ada kendaraan k yang akan mengunjungi agen i dan menuju ke agen j karena $\sum_{k \in K} \sum_{j \in I} x_{ijk} = 1$.

3. Metodologi Penelitian

3.1. Pengumpulan Data

Data –data yang dibutuhkan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

- Jumlah dan alamat agen-agen di PT. Gading Mas Indah Malang.
- Permintaan masing-masing agen.
- Koordinat agen. Data koordinat ditentukan berdasarkan posisi agen di dalam peta dengan asumsi koordinat gudang PT. Gading Mas Indah Malang adalah titik (0, 0).
- Jumlah kendaraan dan kapasitas muatan dari masing-masing kendaraan.
- Waktu perjalanan maksimal tiap kendaraan.
- Jarak antar agen dan jarak agen dengan gudang perusahaan
- Pengukuran jarak antar agen dan agen dengan gudang diperoleh secara langsung dengan melihat spidometer. Hasil pengukuran ini diperlukan untuk pembuatan matrik jarak yang digunakan dalam penentuan rute.
- Waktu pelayanan (*service time*) di setiap agen
- Pengukuran waktu pelayanan diperoleh secara langsung dengan mencatat selisih waktu kendaraan berhenti di sebuah agen sampai dengan kendaraan berangkat ke agen berikutnya.
- Waktu perjalanan (*traveling time*) dari agen dan gudang ke agen lainnya
- Waktu perjalanan dihitung dari kendaraan berangkat dari satu titik (gudang/agen) sampai titik lain (agen/gudang).
- Biaya transportasi (*travelling cost*)

Biaya transportasi yang dihitung pada penelitian ini hanya biaya bahan bakar.

Pengumpulan data biaya bahan bakar per km dilakukan dengan membagi total harga bensin terpakai dengan km yang ditempuh.

3.2. Pengolahan Data

- Klastering Agen

Problem PVRP termasuk *NP-Hard Problem*, dimana waktu komputasi akan bertambah secara eksponensial dengan bertambah banyaknya agen. Dengan mempertimbangkan jumlah agen yang dikunjungi di wilayah Malang sebanyak 84 maka dilakukan pengelompokkan agen ke dalam beberapa klaster untuk mereduksi jumlah kombinasi rute dan jadwal kunjungan yang terbentuk sehingga mempermudah pencarian solusi model matematis PVRP. Dalam penelitian ini, *clustering* akan menggunakan teknik *partitioning* yaitu *k-means* dengan dibantu *software* MATLAB 7.0. Dimana *k* menunjukkan jumlah *klaster* dan nilainya ditentukan oleh user [4].

- Penentuan Frekuensi dan Kombinasi Kunjungan

Dalam penelitian ini frekuensi kunjungan ke tiap agen (f_i) ditetapkan sebanyak 1,2, 3 dan 6 kali dalam satu periode perencanaan dan kombinasi kunjungan pada tiap frekuensi mengacu pada tabel 1.

- Perhitungan Ukuran Pengiriman di Tiap Agen (q_i)

q_i menyatakan kuantitas produk yang dikirimkan ke tiap agen sesuai dengan frekuensi kunjungan. Rumus yang digunakan untuk menghitung q_i adalah :

$$q_i = \frac{D_i}{f_i} \quad (13)$$

- Penentuan matrik jarak antar agen ke agen dan gudang ke agen

- Penentuan matrik total waktu perjalanan dan pelayanan

- Perhitungan matrik biaya transportasi antar agen dan agen dengan gudang

Diperoleh dengan mengalikan matrik jarak antar agen dan gudang ke agen dengan biaya bahan bakar per km.

3.3. Pembuatan Model Matematis PVRP

Model matematis PVRP untuk mendapatkan jadwal kunjungan dan rute ke agen-agen PT Gading Mas Malang dibuat berdasarkan model yang telah dijelaskan sebelumnya (persamaan 1 - 10 dan 12) dan data-data dari hasil pengolahan. Dalam penelitian ini, model matematis dibuat untuk tiap cluster di tiap frekuensi kunjungan.

3.4. Pencarian Solusi Model Matematis dengan LINGO

Model matematis PVRP yang telah dibuat kemudian diolah dengan menggunakan *software* LINGO untuk mendapatkan solusi berupa jadwal kunjungan, rute, dan total biaya transportasi.

3.5. Penentuan Frekuensi Kunjungan Terbaik pada Tiap Cluster

Pada tahapan ini akan dipilih frekuensi kunjungan (f_i) yang memberikan total biaya terkecil sebagai solusi jadwal hari kunjungan dan rute terbaik pada masing-masing klaster.

3.6. Penugasan Kendaraan

Penugasan kendaraan untuk masing-masing *klaster* dilakukan karena solusi LINGO hanya berupa hari kunjungan tanpa mengetahui pada *rit* mana kendaraan akan melakukan kunjungan.

4. Hasil dan Pembahasan

Jumlah klaster ditentukan terlebih dahulu oleh peneliti berdasarkan jumlah rit kendaraan per hari sehingga ada 9 klaster. Selanjutnya dengan memasukkan data koordinat tiap agen dan koordinat PT. Gading Mas kedalam *software* MATLAB 7.0 diperoleh solusi pengelompokkan agen-agen ke dalam klaster. Karena solusi dari teknik *k-means* hanya mempertimbangkan kedekatan berdasarkan posisi koordinat, selanjutnya peneliti melakukan penukaran solusi secara subyektif dengan mempertimbangkan pembagian wilayah berdasarkan kondisi yang ada di

perusahaan, jarak antar agen dalam kondisi nyata dan besarnya permintaan. Setelah menentukan pengelompokan agen di tiap kluster maka langkah berikutnya menentukan ukuran pengiriman pada tiap frekuensi kunjungan dengan persamaan 13. Hasil *clustering* dan perhitungan ukuran pengiriman untuk kluster 1-4 ditunjukkan pada tabel 2.

Berdasarkan data-data ukuran pengiriman, jarak antar agen, biaya transportasi antar agen, waktu perjalanan antar agen, waktu pelayanan di tiap agen, jumlah kendaraan sebanyak 1 pada tiap kluster, kapasitas kendaraan sebesar 50 tabung, dan maksimum waktu yang tersedia dalam satu kali perjalanan sebesar 240 menit dibuat model matematis PVRP di tiap kluster. Model matematis PVRP untuk kluster Sumber Manjing pada frekuensi kunjungan 1 dapat dilihat pada lampiran. Dengan menggunakan *software* LINGO diperoleh solusi untuk kluster Sumber Manjing pada frekuensi kunjungan 1 adalah :

- $Y_{NUR,1} = 1$; agen Bu Nurkidi akan dikunjungi pada hari ke -1.
- $Y_{LAS,2} = 1$; agen Bu Lastri akan dikunjungi pada hari ke -2.
- $X_{GDG,NUR,1,1} = 1$ dan $X_{NUR,GDG,1,1} = 1$, agen Bu Nurkidi akan dikunjungi kendaraan ke-1 pada hari ke-1 dengan rute GDG – NUR – GDG.
- $X_{GDG,LAS,2,1} = 1$ dan $X_{LAS,GDG,2,1} = 1$, agen Bu Lastri akan dikunjungi kendaraan ke-1 pada hari ke-2 dengan rute GDG – LAS – GDG.
- Total Biaya transportasi sebesar 162.900

Pembuatan model matematis PVRP dilakukan sebanyak frekuensi kunjungan yang ditentukan yaitu 1, 2, 3, dan 6 kali sehingga diperoleh 4 model matematis pada tiap kluster. Dari hasil perhitungan pada kluster Sumber Manjing dan kluster yang lainnya diperoleh frekuensi sebanyak 1 kali memiliki total biaya transportasi yang terkecil.

Solusi yang diperoleh dari model matematis tersebut masih berupa jadwal kunjungan kendaraan ke agen pada masing-masing kluster, sedangkan jenis kendaraan yang akan melayani 9 kluster tersebut belum diketahui dengan pasti. Dengan hanya memiliki 3 kendaraan dan melakukan perjalanan sebanyak 3 rit setiap harinya, maka secara subyektif dilakukan pembagian kendaraan pada masing-masing kluster sebagai berikut :

1. Kendaraan I (nopol N 7250 AD) melayani 3 kluster yaitu sawojajar, Gadang dan Tumpang.
2. Kendaraan II (Nopol N 8908 JA) melayani 3 kluster yaitu Joyogrand, Singosari Lawang dan Sukun Kalpataru.
3. Kendaraan III (Nopol N 4520 AB) melayani 3 kluster yaitu Sumber Manjing (rit ke-1), Turen Dampit (rit ke-2) dan Araya (rit ke-3).

Sebagai contoh pada kluster Sumber Manjing, jadwal kunjungan Bu Nurkidi (agen 62) pada hari 1 dan Bu Lastri (agen 63) pada hari ke-2 akan menggunakan kendaraan III pada rit ke-1. Secara lengkap jadwal kunjungan, rute dan penugasan kendaraan untuk seluruh agen dapat dilihat pada tabel 3.

Berdasarkan hasil pada tabel 3 diperoleh total biaya transportasi setelah menerapkan model PVRP sebesar Rp 1.063.350/minggu dan total jarak tempuh sebesar 1.277,8 km/minggu. Sedangkan biaya awal yang harus dikeluarkan oleh PT. Gading Mas Indah adalah sebesar Rp. 1.796.850/minggu dengan jarak tempuh sebanyak 2.061,1 km. Sehingga terjadi penurunan biaya sebesar Rp 733.500,-/minggu atau Rp 35.208.000/tahun.

5. Kesimpulan

Pendistribusian LPG dari PT. Gading Mas Indah ke masing-masing agen dilakukan 1 kali dalam seminggu dengan rute seperti pada tabel 3. Total biaya transportasi sesudah menggunakan model PVRP berkurang sebesar Rp. 733.500,-/minggu atau terjadi penghematan sebesar 40,82%.

Daftar Pustaka

- Cordeau, J.F., Gendreau, M., Michel, and Laporte, G. (1997), A Tabu Search Heuristic for Periodic and Multi-Depot Vehicle Routing Problems, *Networks*, 30, pp. 105-119.
- Prana, R. (2007), Aplikasi Kombinatorial pada Vehicle Routing Problem, *Jurnal Teknik Informatika ITB*.
- Rusdiansyah, A. and Tsao, D. (2005), An Integrated Model of The Periodic Delivery Problems for Vending Machine Supply Chains, *Journal of Food Engineering*, 70, pp. 421 -434.
- Santosa, B. (2007), *Data Mining Terapan dengan MATLAB, edisi 1*, Graha Ilmu, Yogyakarta.

Lampiran

Tabel 1. Frekuensi kunjungan dan kombinasi hari kunjungan untuk periode 6 hari

Frekuensi	Kombinasi kunjungan					
	#1	#2	#3	#4	#5	#6
1	100000	010000	001000	000100	000010	000001
2	100100	010010	001001			
3	101010	010101				
6	111111					

Sumber : Rusdiansyah and Tsao (2005)

Tabel 2. Hasil *clustering* dan ukuran pengiriman di tiap agen

Klaster	Kode agen	Nama agen	Ukuran Pengiriman (tabung)			
			$f_i = 1$	$f_i = 2$	$f_i = 3$	$f_i = 6$
1 Sumber Manjing	62	Bu Nurkidi	35	18	12	6
	63	Bu Lastri	36	18	12	6
2 Turen – Dampit	64	Toko Asung	50	25	17	9
	65	Herve Mulyono	32	16	11	6
	66	Rejo Turen	50	25	17	9
	67	Bu Yani	50	25	17	9
	68	Toko Dilarama	24	12	8	4
	69	Toko Murni	12	6	4	2
	70	Toko Lancar Jaya	24	12	8	4
3 Araya	10	Indra air minum	90	45	30	15
	11	Toko Dewi	17	9	6	3
4 Sawojajar	13	Andi Yahya	24	12	8	4
	14	Kapiminda	24	12	8	4
	15	Toko Anugerah	30	15	10	5
	16	Sunarni	24	12	8	4
	17	Toko Dita	12	6	4	2
	18	Toko Albin Jaya	12	6	4	2
	20	Toko Jonge	12	6	4	2
	21	Michael	42	21	14	7
	22	Pa Budi	6	3	2	1
	25	Toko Farah	6	3	2	1
	27	Citra Agung	8	4	3	2
	28	Toko Barokah	30	15	10	5
	29	Pa Win	40	20	14	7
30	Sumber Rejeki	20	10	7	4	

Tabel 3. Jadwal kunjungan, rute dan penugasan kendaraan

Hari ke-1					
Kendaraan I		Kendaraan II		Kendaraan III	
Rit	Rute	Rit	Rute	Rit	Rute
Rit 1	0-25-29-0	Rit 1	0-58-49-56-61-0	Rit 1	0 – 62 – 0*
Rit 2	0 – 46 – 45 – 47 – 0	Rit 2	0 -4-2-12-0	Rit 2	0 – 10 – 0
		Rit 3	0-41-42-81-0	Rit 3	0 – 64 – 0
Hari ke-2					
Kendaraan I		Kendaraan II		Kendaraan III	
Rit	Rute	Rit	Rute	Rit	Rute
Rit 1	0-22-21-0	Rit 1	0-9-3-0	Rit 1	0 – 63 – 0*
Rit 2	0 – 35 – 0	Rit 2	0-50-0	Rit 2	0 – 11 – 0
Rit 3	0-75-0				
Hari ke-3					
Kendaraan I		Kendaraan II		Kendaraan III	
Rit	Rute	Rit	Rute	Rit	Rute
Rit 1	0-28-30-0	Rit 1	0 – 60 – 52 – 0	Rit 1	0 – 70 – 68 - 0
Rit 2	0 – 37 – 33 – 32 – 0	Rit 2	0-40-83-82-0	Rit 2	0 – 10 – 0
Rit 3	0-77-74-0				
Hari ke-4					
Kendaraan I		Kendaraan II		Kendaraan III	
Rit	Rute	Rit	Rute	Rit	Rute
Rit 1	0-20-18-13-0	Rit 1	0-54-59-51-0	Rit 1	0 – 69 – 65 – 0
Rit 2	0 – 31 – 0	Rit 2	0-6-0		
Rit 3	0-73-0	Rit 3	0-78-80-84-24-0		
Hari ke-5					
Kendaraan I		Kendaraan II		Kendaraan III	
Rit	Rute	Rit	Rute	Rit	Rute
Rit 1	0-16-14-0	Rit 1	0 – 55 – 57 – 0	Rit 1	0 – 67 – 0
Rit 2	0 – 34 – 38 – 39 – 26 – 0	Rit 2	0-5-8-0		
Rit 3	0-76-72-0	Rit 3	0-79-53-36-0		
Hari ke-6					
Kendaraan I		Kendaraan II		Kendaraan III	
Rit	Rute	Rit	Rute	Rit	Rute
Rit 1	0-27-15-17-0	Rit 1	0-7-1-0	Rit 1	0 – 66 – 0
Rit 2	0 – 19 – 0	Rit 2	0-43-48-44-23-0		
Rit 3	0-71-73-0				

Ket : nama agen merujuk kode agen pada tabel 4, kode 0 menyatakan gudang

Tabel 4. Kode dan nama agen

Kode	Nama Agen	Kode	Nama Agen	Kode	Nama Agen
1	Babul Khairot	29	Pa Win	57	Cahaya Graha Dewata
2	Prayitno	30	Sumber Rejeki	58	Willys 2
3	Sumber Rejo Singosari	31	Bu hedi	59	Bu Andi
4	Thoha	32	Subaidi	60	Toko G. Satu Lima
5	Mitra Rejeki	33	Pa Sidiq	61	Bu Bambang
6	Pojok Biru	34	Wartel Fajar	62	Bu Nurkidi
7	Sensa	35	Acmad Basuki	63	Bu Lastri
8	Bu Nono	36	H. Nimin Sumaiji	64	Toko Asung
9	Koperas Armed	37	Wartel Aris	65	Herve Mulyono
10	Indra air minum	38	Toko Pangestu	66	Rejo Turen

Lanjutan Tabel 4.

Kode	Nama Agen	Kode	Nama Agen	Kode	Nama Agen
11	Toko Dewi	39	Toko Rejeki Baru	67	Bu Yani -Dampit
12	Koperasi Alap - alap	40	Bu Suryati	68	Toko Dilarama
13	Andi Yahya	41	SPIE	69	Toko Murni
14	Kapiminda	42	SPIA	70	Toko Lancar Jaya
15	Toko Anugerah	43	LPK Bapak Yudi	71	Sahabat Tumpang
16	Sunarni	44	LPK Bu Haryono	72	Bu Mujiati
17	Toko Dita	45	Wartel Ananda	73	Mitra Sejati
18	Toko Albin Jaya	46	Toko Makmur	74	Toko Harum
19	Toko Margasip	47	Toko Abadi	75	Toko Agung
20	Toko Jonge	48	Toko Karunia	76	Luqito Oma View
21	Michael	49	Mayang Grand	77	Bu Dar
22	Pa Budi	50	Tandon	78	Toko Danna
23	Wartel Anugerah	51	Sumber Rejeki Baru	79	Bu Laila
24	Marlboro	52	Pom Bensin Tlogomas	80	Toko Rahayu
25	Toko Farah	53	Fokus	81	Toko 82
26	Toko 717	54	Toko Buana	82	Sayogo
27	Citra Agung	55	Kios Pa Yok	83	SUEP
28	Toko Barokah	56	Berkah Kripik	84	Toko Srikandi Kalpataru

Model Matematis PVRP untuk klaster Sumber Manjing dengan $f_i = 1$

a. Variabel keputusan

- 1) $X_{GDG, NUR, 1, 1}$ = kendaraan ke- 1 akan mengunjungi agen bu Nurkidi setelah dari Gudang pada hari ke-1.
- 2) $X_{GDG, NUR, 2, 1}$ = kendaraan ke - 1 akan mengunjungi agen bu Nurkidi setelah dari Gudang pada hari ke-2.
- 3)
- 7) $X_{GDG, LAS, 1, 1}$ = kendaraan ke -1 akan mengunjungi agen bu Lastri setelah dari Gudang pada hari ke-1.
- 13) $X_{NUR, GDG, 1, 1}$ = kendaraan ke - 1 akan mengunjungi gudang setelah dari agen bu Nurkidi pada hari ke-1.
- 19) $X_{LAS, GDG, 1, 1}$ = kendaraan ke - 1 akan mengunjungi gudang setelah dari agen bu Lastri pada hari ke-1.
- 25) $X_{NUR, LAS, 1, 1}$ = kendaraan ke - 1 akan mengunjungi agen bu Lastri setelah dari agen bu Nurkidi pada hari ke-1.
- 31) $X_{LAS, NUR, 1, 1}$ = kendaraan ke - 1 akan mengunjungi agen bu Nurkidi setelah dari agen bu Lastri pada hari ke-1.
- 37) $Y_{GDG,1}$ = Gudang akan dikunjungi pada hari ke-1
- 38) $Y_{GDG,2}$ = Gudang akan dikunjungi pada hari ke-2
- 39)
- 43) $Y_{NUR,1}$ = Agen Bu Nurkidi akan dikunjungi pada hari ke-1
- 49) $Y_{LAS,1}$ = Agen Bu Lastri akan dikunjungi pada hari ke-1
- 50).....
- 54) $Y_{LAS,6}$ = Agen Bu Lastri akan dikunjungi pada hari ke-6

b. Fungsi tujuan, minimasi biaya transportasi (TC) :

$$TC = 43650 X_{GDG, NUR, 1, 1} + 43650 X_{GDG, NUR, 2, 1} + \dots + 37800 X_{GDG, LAS, 1, 1} + \dots + 43650 X_{NUR, GDG, 1, 1} + \dots + 900 X_{NUR, LAS, 1, 1} + \dots + 37800 X_{LAS, GDG, 1, 1} + \dots + 900 X_{LAS, NUR, 1, 1} + \dots + 900 X_{LAS, NUR, 6, 1}$$

c. Fungsi Batasan

- Konstrain 1-2 menjamin masing-masing agen dikunjungi sebanyak 1 kali ($f=1$).
 - 1) $Y_{NUR,1} + Y_{NUR,2} + Y_{NUR,3} + Y_{NUR,4} + Y_{NUR,5} + Y_{NUR,6} = 1$
 - 2) $Y_{LAS,1} + Y_{LAS,2} + Y_{LAS,3} + Y_{LAS,4} + Y_{LAS,5} + Y_{LAS,6} = 1$
- Konstrain 3-4 menjamin masing-masing agen akan dikunjungi sesuai kombinasi hari kunjungan yang mungkin ($f=1$ maka ada 6 kombinasi hari kunjungan)
 - 3) $Y_{NUR,1} + Y_{NUR,2} + Y_{NUR,3} + Y_{NUR,4} + Y_{NUR,5} + Y_{NUR,6} = 1$
 - 4) $Y_{LAS,1} + Y_{LAS,2} + Y_{LAS,3} + Y_{LAS,4} + Y_{LAS,5} + Y_{LAS,6} = 1$
- Konstrain 5-16 menjamin tiap agen dikunjungi kendaraan pada hari yang sesuai dengan frekuensi dan kombinasi kunjungan yang telah ditentukan.
 - 5) $X_{NUR,GDG,1,1} + X_{NUR,LAS,1,1} - Y_{NUR,1} = 0$
 - 6) $X_{NUR,GDG,2,1} + X_{NUR,LAS,2,1} - Y_{NUR,2} = 0$
 -
 - 16) $X_{LAS,GDG,6,1} + X_{LAS,NUR,6,1} - Y_{LAS,6} = 0$
- Konstrain 17-22 menjamin kuantitas pengiriman ke agen – agen pada tiap hari tidak melebihi kapasitas kendaraan yaitu 50 tabung.
 - 17) $35 X_{NUR,GDG,1,1} + 35 X_{NUR,LAS,1,1} + 36 X_{LAS,GDG,1,1} + 36 X_{LAS,NUR,1,1} \leq 50$
 -
 - 22) $35 X_{NUR,GDG,6,1} + 35 X_{NUR,LAS,6,1} + 36 X_{LAS,GDG,6,1} + 36 X_{LAS,NUR,6,1} \leq 50$
- Konstrain 23-28 menjamin total waktu dalam mengunjungi agen-agen dalam satu rute (waktu perjalanan + waktu pelayanan) tidak lebih dari total durasi yang diperkenankan yaitu sebesar 240 menit.
 - 23) $90 X_{GDG,NUR,1,1} + 90 X_{GDG,LAS,1,1} + 110 X_{NUR,GDG,1,1} + 25 X_{NUR,LAS,1,1} + 110 X_{LAS,GDG,1,1} + 25 X_{LAS,NUR,1,1} \leq 240$
 -
 - 28) $90 X_{GDG,NUR,6,1} + 90 X_{GDG,LAS,6,1} + 110 X_{NUR,GDG,6,1} + 25 X_{NUR,LAS,6,1} + 110 X_{LAS,GDG,6,1} + 25 X_{LAS,NUR,6,1} \leq 240$
- Konstrain 29-46 menjamin tiap kendaraan akan mengunjungi dan meninggalkan agen pada hari yang sama
 - 29) $-X_{GDG,NUR,1,1} - X_{GDG,LAS,1,1} + X_{NUR,GDG,1,1} + X_{LAS,GDG,1,1} = 0$
 -
 - 46) $X_{GDG,LAS,6,1} + X_{NUR,LAS,6,1} - X_{LAS,GDG,6,1} - X_{LAS,NUR,6,1} = 0$
- Konstrain 47 – 52 menjamin masing-masing kendaraan hanya dapat digunakan satu kali dalam satu hari.
 - 47) $X_{GDG,NUR,1,1} + X_{GDG,LAS,1,1} \leq 1$
 -
 - 52) $X_{GDG,NUR,6,1} + X_{GDG,LAS,6,1} \leq 1$
- Konstrain 53-64 adalah batasan yang menyatakan standar eliminasi *sub tour*.
 - 53) $X_{NUR,LAS,1,1} + X_{LAS,NUR,1,1} \leq 1$
 - 54) $X_{NUR,LAS,2,1} + X_{LAS,NUR,2,1} \leq 1$
 - 59) $X_{NUR,LAS,1,1} + X_{LAS,NUR,1,1} \leq 2$
 -
 - 64) $X_{NUR,LAS,6,1} + X_{LAS,NUR,6,1} \leq 2$