

# Optimasi Rencana Produksi Menggunakan Model Matriks Transportasi Bowman

(Studi Kasus di PT. X, Magelang)

**Taufiq Rochman**

Jurusan Teknik Industri, Universitas Sebelas Maret, Surakarta

---

## *Abstract*

*Production planning is an important activity of the whole of production activity in the company. Planning stage is the first step be done to make production decision. Production planning with Bowman Transportation Method is planning model that matching between demand, capacity, inventory level and production cost. Advantage of this model is to determine production schedule with balancing between production variables and minimum total production cost.*

**Keywords :** *Production planning, Bowman matrix, Linier programming.*

---

## **1. Perencanaan Produksi**

Perencanaan merupakan salah satu fungsi utama dari manajemen produksi dalam suatu perusahaan. Manajemen produksi adalah pekerjaan yang berkaitan dengan penciptaan barang dan jasa melalui pengubahan masukan (faktor produksi) menjadi keluaran atau hasil produksi (Yamit, 1993). Adapun tujuan produksi menurut Yamit adalah produktivitas sedangkan tujuan manajemen produksi adalah pencapaian produktivitas dengan efisien dan efektif.

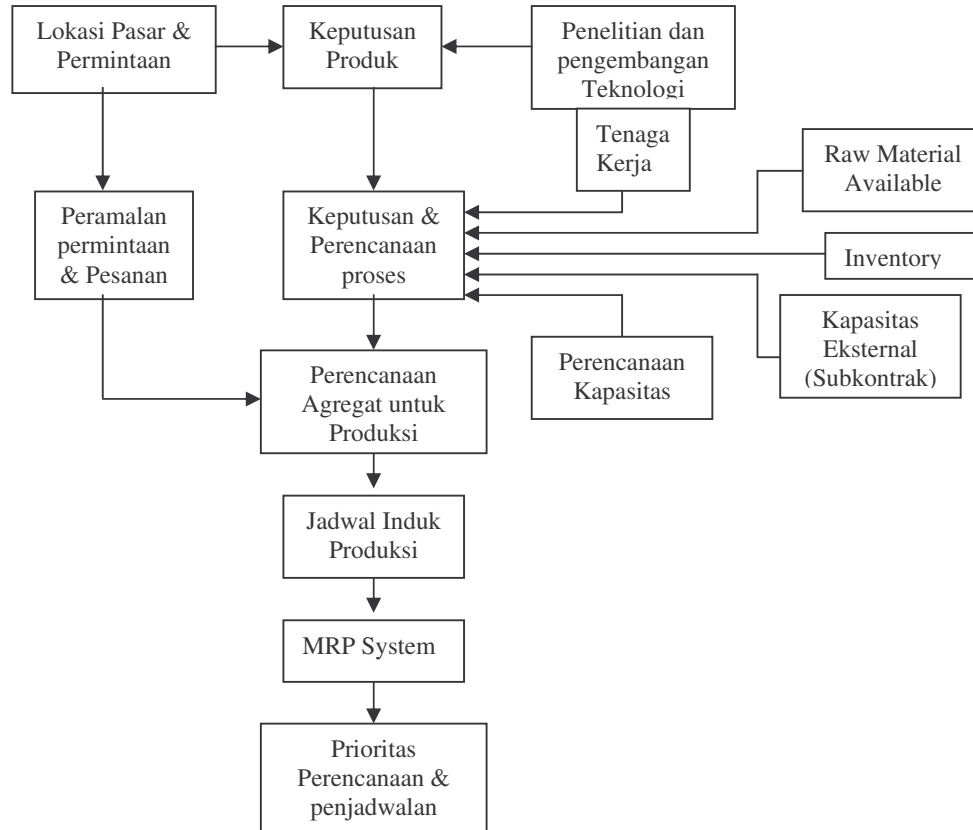
Permasalahan yang sering dihadapi oleh perusahaan industri berkaitan dengan manajemen produksi adalah sering terjadinya ketidakseimbangan antara perencanaan produksi dengan permintaan di pasar sering mengakibatkan terjadinya penumpukan jumlah persediaan yang cukup besar. Untuk itu perlu disusun model perencanaan produksi yang dapat mengembangkan kombinasi faktor produksi yang berpengaruh serta melalui perencanaan yang bersifat menyeluruh (agregat).

Ada banyak teknik yang dapat diterapkan dalam perencanaan produksi, salah satu teknik yang dapat diterapkan dan cukup memberikan hasil yang optimal yaitu metode perencanaan dengan teknik agregasi melalui optimasi *linier programming*. Metode perencanaan ini bertujuan untuk menentukan hasil perencanaan yang optimal dengan biaya produksi yang minimal serta dapat diketahui variabel-variabel yang berpengaruh terhadap perencanaan.

## **2. Perencanaan Agregat**

Menurut Heizer (1990) perencanaan agregat mempunyai arti mengkombinasikan beberapa sumber daya yang ada secara tepat dalam susunan yang menyeluruh untuk memperoleh hasil perencanaan yang optimal. Penyajian peramalan permintaan, sarana fasilitas, tingkat persediaan, ukuran tenaga kerja dan input lain merupakan variabel input yang

berpengaruh terhadap proses perencanaan. Perencanaan agregat adalah bagian dari sistem perencanaan produksi yang terdapat hubungan faktor internal dan eksternal yang merupakan variabel-variabel berpengaruh terhadap kegiatan perencanaan produksi.



**Gambar 1.** Bagan Alir rencana Produksi Agregat & Jadwal Induk Produksi (Heizer ang Render, 1990)

Hal ini dapat dilihat pada gambar 1 yang menunjukkan hubungan antar variabel tersebut. Dari gambar 1 manajer operasi menerima beberapa masukan dari departemen pemasaran yang berupa permintaan pasar, juga dari departemen lain seperti jumlah tenaga kerja, ketersediaan bahan baku, kapasitas pabrik, persediaan dan subkontrak.

Data perkiraan permintaan dipakai sebagai dasar penyusunan kombinasi sumber daya yang tersedia agar dicapai kombinasi yang terbaik. Selanjutnya hasil perencanaan produksi agregat menjadi dasar bagi penyusunan Jadwal Induk Produksi (JIP).

### 3. Peramalan (*Forecasting*)

Peramalan permintaan akan produk dan jasa diwaktu mendatang dan bagian-bagiannya adalah sangat penting dalam perencanaan dan pengawasan produksi. Peramalan yang baik adalah penting untuk efisiensi operasi-operasi manufaktur yang menyangkut pemilihan proses, perencanaan kapasitas dan tata letak fasilitas serta untuk berbagai keputusan yang bersifat terus menerus berkenaan dengan perencanaan, penjadwalan dan persediaan

Menurut Handoko (1993) esensi peramalan adalah perkiraan-perkiraan peristiwa diwaktu yang akan datang atas dasar pola-pola diwaktu yang lalu dan penggunaan kebijakan

terhadap proyeksi-proyeksi dengan pola-pola diwaktu yang lalu. Evaluasi peramalan merupakan perbandingan ramalan-ramalan dengan hasil nyata untuk menilai ketepatan penggunaan suatu metodologi atau teknik peramalan.

### Metode Pemulusan (*smoothing*)

Metode ini banyak mengurangi masalah penyimpangan data. Dasar yang digunakan adalah rata-rata prakiraan yang akan datang dapat dihitung dari rata-rata data masa lalu dan data saat ini. Rumus yang digunakan adalah :

$$A_t = \alpha D_t + (1 - \alpha) A_{t-1} \quad (1)$$

dimana:  $A_{t-1}$  : Rata-rata masa lalu

$D_t$  : Data saat pengamatan

$\alpha$  : Proporsi pembebanan

### Metode Siklis

Data musiman dapat didekati dengan menggunakan metode fungsi trigonometri. Persamaan siklis ditulis sebagai berikut :

$$D_{t+1} = a + u \cos(2\pi/N)t + v \sin(2\pi/N)t \quad (2)$$

dimana:  $a = \sum D_t / N$

$$u = \{2[\sum D_t \cos(2\pi/N)t] / N\}$$

$$v = \{2[\sum D_t \sin(2\pi/N)t] / N\}$$

$D_t$  = permintaan periode  $t$

$N$  = jumlah periode permintaan

$t$  = periode permintaan

### Metode Dekomposisi

Metode ini mencoba mengidentifikasi tiga komponen secara terpisah, yaitu *trend*, siklis dan musiman (Makridakis, 1993). Faktor galat yang tidak lain merupakan selisih data aktual dan prediksi tidak dapat diperkirakan tetapi dapat diidentifikasi. Bentuk fungsi dekomposisi tergantung pada metode dekomposisi yang digunakan yaitu aditif atau multiplikatif. Secara umum fungsi matematik dari metode dekomposisi adalah :

$$Y_t = f(I_t, T_t, C_t, E_t) \quad (3)$$

dimana:  $Y_t$  = data aktual periode  $t$

$I_t$  = indeks musiman periode  $t$

$C_t$  = komponen siklik periode  $t$

$T_t$  = komponen *trend* periode  $t$

$E_t$  = komponen galat periode  $t$

### Metode kausal

Yaitu metode untuk memprediksi masa yang akan datang dengan melihat hubungan sebab akibat dari beberapa variabel yang berpengaruh. Maksud dari metode kausal adalah untuk menemukan bentuk hubungan sebab akibat dan menggunakannya untuk meramalkan nilai mendatang dari variabel tak bebas. Metode kausal ada beberapa macam diantaranya metode regresi sederhana dan metode regresi sederhana.

### Ketepatan Metode Peramalan

Untuk mengetahui dan mengukur kesesuaian suatu metode peramalan dari sekumpulan data diperlukan kriteria penolakan. Kriteria ini digunakan untuk memilih metode peramalan yang akan dipakai berdasarkan pertimbangan seberapa jauh metode peramalan tersebut mampu memproduksi data yang telah diketahui. Rumus perhitungan kesalahan yang biasa digunakan adalah nilai deviasi mutlak (*mean absolute deviation*)

$$MAD = \sum_{t=1}^n \frac{|At - Ft|}{n} \quad (4)$$

### 4. Metode Transportasi Bowman

Metode Bowman memfungsikan persediaan awal ( $I_0$ ) dalam memenuhi kebutuhan permintaan, sedangkan produksi lembur ( $O_i$ ) digunakan untuk memenuhi kebutuhan permintaan ( $S_j$ ) seandainya tidak bisa dicukupi dengan persediaan awal maupun kegiatan produksi reguler ( $R_j$ ). Matriks yang dirancang Bowman sedemikian rupa sehingga kapasitas sumber akan selalu lebih besar atau sama dengan kapasitas tujuan. Kapasitas sumber pada model ini akan selalu mampu untuk memenuhi permintaan atau dirumuskan :

$$\sum_{i=1}^m S_{ij} \leq \sum_{j=1}^n T_j \quad (5)$$

Siswanto (1990) menyebutkan bahwa model matematik dari formulasi Bowman adalah:

$$\text{Minimumkan } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} \cdot X_{ij} \quad (6)$$

Terhadap kendala :

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \leq T_i \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \dots, m. \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = S_j \quad ; \quad j = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (8)$$

dimana:  $C_{ij}$  = parameter biaya sumber perunit, seperti biaya produksi reguler ( $C_R$ ), biaya produksi lembur ( $C_0$ ) dan biaya persediaan ( $C_j$ ).

$X_{ij}$  = banyaknya unit produk yang harus disediakan oleh sumber untuk memenuhi permintaan tujuan.

$S_j$  = Permintaan yang harus dipenuhi dan persediaan akhir yang dikehendaki.

$T_j$  = kapasitas maksimum sumber seperti kapasitas produksi reguler ( $R_j$ ), kapasitas produksi lembur ( $O_i$ ) dan persediaan awal.

### 5. Hasil dan Analisa

#### Peramalan Permintaan

Data penjualan yang diperoleh selama 42 bulan kemudian dibuat diagram pencarnya untuk mengetahui variasi pola data. Dengan adanya pola data yang diketahui maka dapat diperoleh metode-metode peramalan yang representatif yang dapat mewakili pola tersebut.

**Tabel 1.** Matriks Transportasi Bowman

Periode Produksi Sumber	Periode Penjualan (Tujuan)						Persediaan (n)	Waktu Luang	Kapasitas Total
	(1)	(2)	(3)	.....	.....	(n-1)			
Persediaan	$O$	$C_I$	$2C_I$	.....	.....	$(n-1)C_I$	$nC_I$	0	$I_0$
Reguler (1)	$C_R$	$C_R+C_I$	$C_R+2C_I$	.....	.....	$C_R+(n-1)C_I$	$C_R+nC_I$	0	$R_1$
Lembur (1)	$C_O$	$C_O+C_I$	$C_O+2C_I$	.....	.....	$C_O+(n-1)C_I$	$C_O+nC_I$	0	$O_1$
Reguler (2)	$M$	$C_R$	$C_R+C_I$	.....	.....	$C_R+(n-2)C_I$	$C_R+(n-1)C_I$	0	$R_2$
Lembur (2)	$M$	$C_O$	$C_O+C_I$	.....	.....	$C_O+(n-2)C_I$	$C_O+(n-1)C_I$	0	$O_2$
Reguler (3)	$M$	$M$	$C_R$	.....	.....	$C_R+(n-3)C_I$	$C_R+(n-2)C_I$	0	$R_3$
Lembur (3)	$M$	$M$	$C_O$	.....	.....	$C_O+(n-3)C_I$	$C_O+(n-2)C_I$	0	$O_3$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
Reguler (n)	$M$	$M$	$M$	.....	.....	$C_R$	$C_R+C_I$	0	$R_n$
Lembur (n)	$M$	$M$	$M$	.....	.....	$C_O$	$C_O+C_I$	0	$O_n$
Keb. Total	$S_1$	$S_2$	$S_3$			$S_n$	$I_n$	0	

Notasi :

$I_i$  = Persediaan pada akhir periode ke- $i$

$R_i$  = Jumlah maksimum unit yang dapat diproduksi selama periode waktu ke- $i$  pada waktu reguler

$O_i$  = Jumlah maksimum unit yang dapat diproduksi selama periode waktu ke- $i$  pada jam lembur

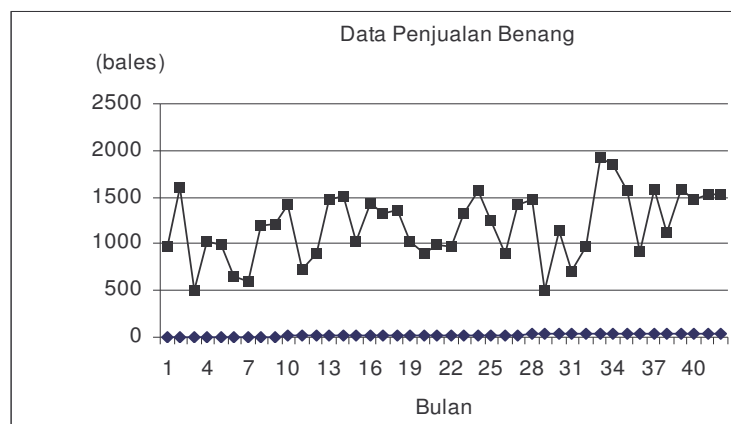
$S_i$  = Jumlah produk jadi yang akan dijual (dikirim) selama periode waktu ke- $i$

$C_R$  = Biaya produksi per unit pada jam reguler (jam kerja biasa)

$C_O$  = Biaya produksi per unit pada jam lembur

$C_I$  = Biaya penyimpanan per unit per periode waktu

\* Total waktu luang =  $I_0 + \sum R + \sum O - \sum S - I_n$



**Gambar 2.** Diagram pencar data penjualan benang.

Berdasarkan diagram pencar diatas ternyata pola data yang terbentuk adalah musiman. Metode peramalan yang representatif untuk di pilih adalah metode regresi, *exponential smoothing*, siklis dan dekomposisi.

**Tabel 2.** Hasil Perhitungan peramalan semester 2

Bulan	Metode Peramalan			
	Linier Regresi	S.E.Smoothing	Siklis	Dekomposisi
Juli	1402.14	1436.94	1146.32	962.10
Agustus	1412.73	1436.94	1208.32	1276.41
September	1423.31	1436.94	1158.69	1643.96
Oktober	1433.89	1436.94	1161.91	1703.86
November	1444.48	1436.94	1207.31	1319.41
Desember	1455.06	1436.94	1144.43	1264.25
MAD	334.27	292.48	295.14	262.24

Metode peramalan terpilih berdasarkan pada nilai MAD yang terkecil yaitu terdapat pada metode peramalan dekomposisi. Metode pengukuran kesalahan yang dipilih adalah (MAD) yang memberikan gambaran perbandingan antara data permintaan dengan hasil peramalan melalui penentuan rata-rata nilai tengah kesalahan *absolute*.

### Biaya Produksi dalam Perencanaan Produksi

Dari perhitungan unsur-unsur biaya yang menyusun total biaya produksi diperoleh rincian biaya produksi per unit (bale) untuk program perencanaan produksi. Biaya tersebut dihitung dalam satuan mata uang rupiah untuk tiap-tiap unit (bale). Adapun rincian biaya tersebut sebagai berikut :

Biaya produksi regular sebesar = Rp 1.453.474/bale

Biaya produksi lembur sebesar = Rp 1.527.818/bale

Biaya persediaan = Rp 1.388/bale

Biaya ini selanjutnya akan mengisi kolom-kolom yang tersedia pada Matriks Distribusi Bowman. Asumsi yang dipakai dalam penyusunan biaya ini bahwa kapasitas produksi berlangsung normal. Selain itu bahwa penyusunan biaya produksi tidak terpengaruh oleh adanya perubahan harga akibat inflasi.

### Perhitungan Kemampuan Produksi

Untuk mendapatkan besarnya kemampuan produksi tiap bulan per semester di peroleh dengan mengalikan jumlah jam kerja dengan kapasitas per jam. Kemampuan produksi ini dapat dijadikan acuan sebagai standar kemampuan perusahaan dalam memproduksi produk per periode.

**Tabel 3.** Kemampuan produksi regular dan lembur semester 2.

Bulan	Jam Kerja x Kapasitas (Regular)	KPR	Jam Kerja x Kapasitas (Lembur)	KPO
Juli	663,75 x 1,75	1162	114 x 1,75	200
Agustus	663,75 x 1,75	1162	114 x 1,75	200
September	663,75 x 1,75	1162	90 x 1,75	158
Oktober	686,25 x 1,75	1201	93 x 1,75	163
November	663,75 x 1,75	1162	90 x 1,75	158
Desember	663,75 x 1,75	1162	114 x 1,75	200

### Optimasi Rencana Produksi

Optimasi produksi dilakukan dengan memformulasikan variabel-variabel produksi dalam kombinasi rumusan matematis. Formulasi matematis yang dibuat ada dua yaitu formulasi fungsi tujuan dan formulasi fungsi kendala. Formulasi fungsi tujuan menunjukkan tujuan yang ingin diperoleh yaitu minimisasi total biaya produksi, sedangkan formulasi fungsi kendala menunjukkan pembatas yang ada dalam memperoleh tujuan.

**Tabel 4.** Tabel Distribusi Matriks Transportasi Bowman untuk Program Produksi.

Periode Produksi Sumber	Periode Penjualan (Tujuan)						Persediaan	Waktu Luang (slack)	Kapasitas Total (periode)
	1	2	3	4	5	6			
Persediaan awal	0	1388	2776	4164	5552	6940	8328		800
	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17		
Reguler (1)	1453474	1454862	1456250	1457638	1459026	1460414	1461802		1162
	X21	X22	X23	X24	X25	X26	X27		
Lembur (1)	1527818	1529206	1530594	1531982	1533370	1534758	1536164		200
	X31	X32	X33	X34	X35	X36	X37		
Reguler (2)		1453474	1454862	1456250	1457638	1459026	1460414		1162
		X42	X43	X44	X45	X46	X47		
Lembur (2)		1527818	1529206	1530594	1531982	1533370	1534758		200
		X52	X53	X54	X55	X56	X57		
Reguler (3)			1453474	1454862	1456250	1457638	1459026		1162
			X63	X64	X65	X66	X67		
Lembur (3)			1527818	1529206	1530594	1531982	1533370		158
			X73	X74	X75	X76	X77		
Reguler (4)				1453474	1454862	1456250	1457638		1201
				X84	X85	X86	X87		
Lembur (4)				1527818	1529206	1530594	1531982		163
				X94	X95	X96	X97		
Reguler (5)					1453474	1454862	1456250		1162
					X105	X106	X107		
Lembur (5)					1527818	1529206	1530594		158
					X115	X116	X117		
Reguler (6)						1453474	1454862		1162
						X126	X127		
Lembur (6)						1527818	1529206		200
						X136	X137		
Kebutuhan Total	962	1276	1644	1704	1319	1264	0	721	8890

Melalui perhitungan program *Quant System Bussiness (QSB)* menunjukkan bahwa hasil perhitungan yang optimal diperoleh pada iterasi yang ke-22. Hasil perhitungan komputer melalui program QSB dapat ditentukan program rencana produksi optimal semester II dapat dilihat pada tabel 5.

**Tabel 5.** Matriks Transportasi Bowman untuk Perencanaan Produksi Optimal.

Periode Produksi Sumber	Periode Penjualan (Tujuan)						Persediaan	Waktu Luang	Kapasitas Total
	1	2	3	4	5	6			
Persediaan awal	0	1388	2776	4164	5552	6940	8328		800
	800								
Reguler (1)	1453474	1454862	1456250	1457638	1459026	1460414	1461802		1162
	162	1000							
Lembur (1)	1527818	1529206	1530594	1531982	1533370	1534758	1536164	200	200
Reguler (2)		1453474	1454862	1456250	1457638	1459026	1460414		1162
		276	886						
Lembur (2)		1527818	1529206	1530594	1531982	1533370	1534758	200	200
Reguler (3)			1453474	1454862	1456250	1457638	1459026		1162
			758	404					
Lembur (3)			1527818	1529206	1530594	1531982	1533370	158	158
Reguler (4)				1453474	1454862	1456250	1457638		1201
				1201					
Lembur (4)				1527818	1529206	1530594	1531982	64	163
				99					
Reguler (5)					1453474	1454862	1456250		1162
					1162				
Lembur (5)					1527818	1529206	1530594	1	158
					157				
Reguler (6)						1453474	1454862		1162
						1162			
Lembur (6)						1527818	1529206	98	200
						102			
Keb. total	962	1276	1644	1704	1319	1264	0	721	8890

Kebutuhan permintaan bulan Juli sebesar 962 bale dipenuhi melalui persediaan awal sebesar 800 bale dan produksi reguler bulan Juli sebesar 162 bale. Permintaan bulan Agustus sebesar 1276 bale dipenuhi dari produksi reguler bulan Juli 1000 bale dan bulan Agustus 2776 bale. Permintaan bulan September sebesar 1644 bale dipenuhi dari produksi reguler bulan Agustus 886 bale dan bulan Septembber 758 bale. Permintaan bulan Oktober sebesar 1704 bale dipenuhi melalui produksi reguler bulan September 404 bale dan bulan Oktober 1201 bale dan produksi lembur bulan Oktober 99 bale. Permintaan bulan November sebesar 1319 bale dipenuhi dari produksi reguler bulan November 1162 bale dan lembur bulan November 157 bale. Permintaan bulan Desember sebesar 1264 dipenuhi dari produksi reguler bulan Desember 1162 bale dan lembur bulan Desember 102 bale.

Total biaya produksi minimal yang diperoleh dengan optimasi linier programing sebesar Rp 10.740.440.000. Hasil ini diperoleh pada iterasi ke-22 melalui *software quant system bussiness* (QSB). Selain itu terdapat sisa kapasitas lembur yang tidak digunakan untuk kegiatan produksi sebesar 200 bale untuk bulan Juli, 200 bale untuk bulan Agustus , 158 bale untuk



bulan September, 64 bale untuk bulan Oktober, 1 bale untuk bulan November dan Bulan Desember sejumlah 98 bale. Kelebihan produksi ini dapat ditampung pada persediaan atau sebagai persediaan pengaman (*safety stock*). Penampungan kelebihan persediaan ini berfungsi untuk menyerap adanya fluktuasi pasar yaitu memenuhi kebutuhan permintaan yang sewaktu-waktu ada peningkatan.

## 6. Kesimpulan

- Model Matriks Transportasi Bowman dapat digunakan untuk mengoptimasi rencana produksi baik individual maupun agregat dengan merumuskannya ke dalam model matematis *linier programming*.
- Total biaya produksi minimal semester II yang diperoleh melalui optimasi rencana produksi sebesar Rp 10. 740. 440.000,-.
- Sisa kemampuan produksi lembur adalah 200 bale (Juli), 200 bale (Agustus), 158 bale (september), 64 bale (oktober), 1 bale (November), 98 bale (Desember).
- Sisa kapasitas produksi lembur (kelebihan produksi) dapat dimanfaatkan untuk mencukupi kenaikan permintaan yang tidak terduga atau dapat dipakai sebagai persediaan pengaman (*safety stock*).

## Daftar Pustaka

- Buffa, E. (1993). *Manajemen Produksi / Operasi*, Terjemahan. Yogyakarta: Penerbit BPFE.
- Heizer, J., and Render, B. (1990). *Production and Operations Managements Strategies and Tactics*. Boston.
- Handoko, T. H. (1993). *Dasar-dasar Manajemen Produksi dan Operasi*. Yogyakarta: Penerbit BPFE.
- Makridakis, S. dan Wheelwright, C. (1993). *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Terjemahan. Jakarta.
- Schroeder, G. R. (1989). *Operation Management Decision Making in the Operation Function*. New York: Mc Graw-Hill Book Company.