

Pengembangan Model Persediaan *Single Vendor-Single Buyer* dengan *Lead Time Dapat Dikontrol*

Wakhid Ahmad Jauhari

Jurusan Teknik Industri Universitas Sebelas Maret Surakarta

Abstract

In this paper we consider the single vendor-single buyer integrated inventory model. We relax the assumption of deterministic demand and assume that it is stochastic. We also consider the buyer's lead time can be shortened at an extra crashing cost which depends on the lead time length to be reduced. We develop effective iterative procedures for finding the optimal policy.

Keywords : *Vendor, Buyer, Stochastic, Lead time*

1. Pendahuluan

Pada model persediaan tradisional pembeli dan pemasok akan membuat keputusan sendiri terkait dengan pengelolaan persediaannya. Dengan model ini, baik pembeli dan pemasok hanya akan berorientasi pada kepentingan masing-masing pihak. Akibatnya seringkali keputusan yang dibuat akan merugikan salah satu pihak. Namun seiring dengan berkembangnya bisnis saat ini, pemasok dan pembeli tidak lagi membuat keputusan sendiri-sendiri tetapi mereka akan membuat keputusan secara bersama-sama untuk memaksimalkan keuntungan supply chain. Ini dilakukan karena terdapat kecenderungan persaingan bisnis berubah dari persaingan antar perusahaan menjadi persaingan antar supply chain. Kunci sukses persaingan bisnis saat ini sangat ditentukan oleh adanya transparansi informasi antar *tier* dalam suatu supply chain. Dalam konteks pengelolaan persediaan, antar *tier* dalam supply chain dituntut untuk dapat membuat keputusan secara terintegrasi yang idealnya harus melibatkan semua pihak yang terkait. Keputusan tersebut tidak lagi berorientasi pada pencapaian keuntungan masing-masing, namun harus berorientasi pada pencapaian keuntungan supply chain yang optimal.

Saat ini telah berkembang model persediaan yang mengintegrasikan beberapa *tier* dalam supply chain. Goyal (1976) merupakan peneliti yang pertama kali mengembangkan model lot ekonomis gabungan (*Joint Economic Lot Size*). Dari penelitian yang telah dilakukan Goyal didapatkan hasil bahwa dengan lot ukuran ekonomis mampu mengurangi total biaya dalam supply chain secara signifikan. Selanjutnya model persediaan JELS (*Joint Economic Lot Size*) yang awalnya dikembangkan oleh Goyal kemudian dikembangkan oleh beberapa peneliti. Banerjee (1986) mengembangkan model integrasi vendor-buyer dimana vendor memproduksi barang dengan tingkat produksi yang tetap dan menggunakan system lot for lot guna memenuhi permintaan dari buyer. Goyal (1988) kemudian memperbaiki model JELS dengan ukuran pengiriman yang sama. Model ini mengasumsikan pengiriman hanya akan dilakukan setelah seluruh batch produksi selesai dikerjakan. Kebijakan ini diperbaiki oleh Goyal (1995) dengan merubah ukuran pengiriman dari tetap menjadi bertambah dengan suatu factor konstan. Hill (1999) mengembangkan model persediaan dengan menetapkan ukuran pengiriman yang bertambah dengan factor konstan pada saat produksi dan setelah selesai ukuran pengiriman dibuat sama.

Pujawan dan Kingsman (2002) mengembangkan model persediaan terintegrasi antara Supplier dengan pembeli. Model ini mengasumsikan bahwa pembeli menginginkan pengiriman dari produsen terjadi dalam n pengiriman untuk satu kali pemesanan yang dilakukan. Selanjutnya jumlah batch produksi merupakan m kali dari ukuran pengiriman. Hasil yang didapatkan dari penelitian ini adalah bahwa dengan sinkronisasi waktu produksi dan pengiriman akan dapat mengurangi total biaya supply chain. Chan dan Kingsman (2005) mengembangkan model Pujawan dan Kingsman (2002) menjadi model persediaan terintegrasi antara manufaktur dengan multi pembeli. Solusi yang dihasilkan dapat mengurangi total biaya supply chain yang terjadi. Kelle, Al khateeb dan Miller (2003) menambahkan biaya kehilangan fleksibilitas pada pembeli sebagai akibat dari penentuan ukuran lot gabungan pada model Pujawan dan Kingsman (2002).

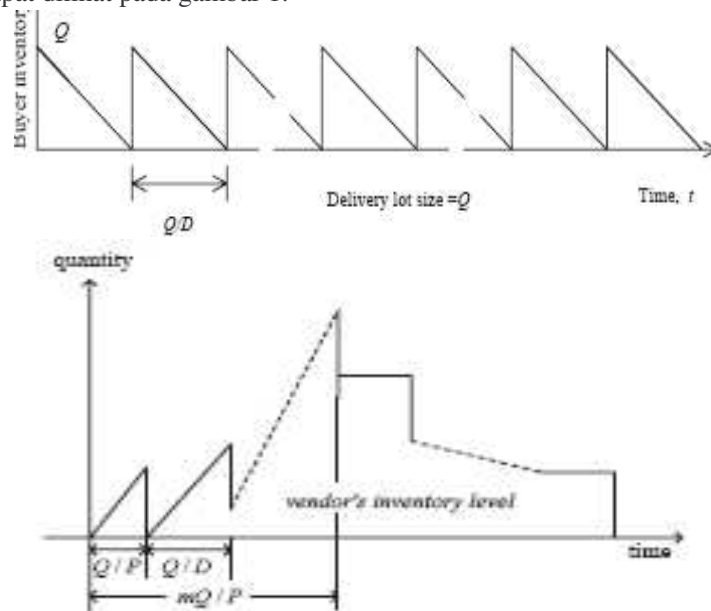
Model persediaan diatas (Goyal 1976, Banerjee 1986, Goyal 1988, Goyal 1995, Hill 1999, Pujawan dan Kingsman 2002, Kelle, Al khateeb dan Miller 2003) seluruhnya mengasumsikan bahwa *lead time* bernilai tetap. Padahal dalam konteks bisnis riil, *lead time* dapat merupakan suatu variabel keputusan. Penelitian ini akan mengembangkan model Pujawan dan Kingsman (2003) menjadi model persediaan dengan permintaan *stochastic*, diperbolehkan terjadi *backorder* dan *lead time* dapat dikontrol (*controllable lead time*)

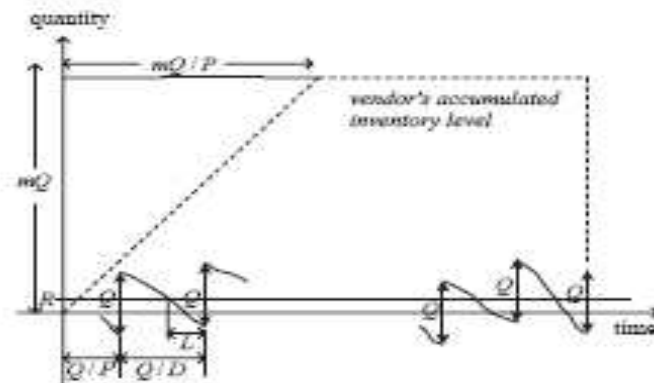
2. Pengembangan Model

Pada model Pujawan dan Kingsman (2002) setiap lot pemesanan dari pembeli dikirim dalam n kali pengiriman sesuai dengan permintaan pembeli. Kemudian pihak manufaktur akan memproduksi sejumlah m kali jumlah yang dikirim.

$$Q_b = nq \quad Q_v = mq$$

Pembeli mengelola persediaannya dengan model *continuous review* dengan permintaan diasumsikan mengikuti distribusi normal dan *lead time* pengiriman produk dari manufaktur ke pembeli dapat dikontrol. Ilustrasi gambar level persediaan produk jadi pada pembeli dan manufaktur dapat dilihat pada gambar 1.





Gambar 1. Gambar Level Persediaan Produk Jadi dan Material

Perhitungan total biaya persediaan pada level pembeli dan manufaktur dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$TC_b = \frac{D}{nq}(A + Fn) + h_b \left(\frac{q}{2} + k\sigma\sqrt{L} \right) + \frac{\pi D \sigma \sqrt{L} \psi(k)}{q} + \frac{D}{q} C(L) \quad (1)$$

$$TC_v = \frac{q}{2} h_v \left((m-1) - (m-2) \frac{D}{P} \right) + \frac{DK}{mq} \quad (2)$$

$$TC = TC_b + TC_v \quad (3)$$

Dimana :

D = annual demand

P = annual production rate

Q_b = order quantity dari pembeli

Q_v = production quantity dari manufaktur

q = delivery quantity

T_p = production cycle

T_d = delivery cycle

K = biaya set up produksi

L = lead time pemesanan

A = biaya pemesanan pembeli

F = biaya pengiriman

h_b = biaya penyimpanan produk jadi pada pembeli

h_v = biaya penyimpanan produk jadi pada manufaktur

π = backorder cost

n = jumlah pengiriman

m = nilai perkalian Q_v dari q , bernilai integer

TC_b = total biaya persediaan pada pembeli

TC_v = total biaya persediaan pada manufaktur

Lead time demand X memiliki nilai c.d.f (F) dengan rata-rata DL dan standar deviasi $\sigma\sqrt{L}$, reorder point $R=DL+k\sigma\sqrt{L}$. Shortage terjadi ketika $X>R$ sehingga ekspektasi terjadinya shortage pada akhir siklus dapat dirumuskan

$$E(X - R)^+ = \int_R^{\infty} (X - R) dF(x) = \sigma\sqrt{L} \psi(k),$$

dimana $\psi(k) = \phi(k) - k[1 - \Phi(k)]$ dimana ϕ adalah standard normal probability density function dan Φ adalah cumulative density function.

Lead time (L) terdiri dari n komponen yang independent satu sama lain. Masing-masing komponen lead time mempunyai durasi normal b dan durasi minimum a dengan *crashing cost* per unit waktu c . $L_0 \equiv \sum_{j=1}^n b_j$ dan L_i adalah panjang lead time dimana komponen $1,2,3,\dots,i$

berada pada durasi minimum, sehingga L_i dapat dinyatakan dengan

$$L_i = L_0 - \sum_{j=1}^i (b_j - a_j)$$

dan *lead time crashing cost* per siklus dapat dinyatakan dengan :

$$C(L) = c_i(L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1} c_j(b_j - a_j), \text{ dimana } L \in [L_i, L_{i-1}]$$

Ukuran lot size pengiriman dapat dicari dengan menurunkan persamaan (3) terhadap q

$$\frac{\partial TC}{\partial q} = 0$$

$$q^* = \sqrt{\frac{\frac{D}{n}(A + Fn) + \frac{DK}{m} + DC(L) + \pi D \sigma \sqrt{L} \psi(k)}{\frac{h_b}{2} + \frac{h_v}{2} \left\{ (m-1) - (m-2) \frac{D}{P} \right\}}} \quad (4)$$

Kemudian dengan memasukkan persamaan (4) pada persamaan (3) akan didapatkan persamaan total biaya persediaan :

$$TC = 2 \sqrt{\left[\frac{D}{n}(A + Fn) + \frac{DK}{m} + DC(L) + \pi D \sigma \sqrt{L} \psi(k) \right] \left[\frac{h_b}{2} + \frac{h_p}{2} \left\{ (m-1) - (m-2) \frac{D}{P} \right\} \right]} + kh_b \sigma \sqrt{L} \quad (5)$$

Untuk mencari nilai k yang optimal dapat dicari dengan menurunkan persamaan (3) terhadap k

$$\frac{\partial TC}{\partial k} = 0$$

$$F(k) = \frac{h_b q}{\pi D} \quad (6)$$

Persoalan diatas dapat diselesaikan dengan menggunakan algorithma sebagai berikut :

Step 1

Tetapkan nilai $m=1$

Step 2

Untuk setiap L_i lakukan langkah berikut ini :

- Tetapkan nilai $k = 0$ sehingga didapatkan $\psi(k) = 0,39894$
- Substitusikan nilai $\psi(k)$ ke persamaan (4) untuk mendapatkan nilai q
- Dengan menggunakan q yang diperoleh, substitusikan q ke persamaan (6) untuk mendapatkan nilai $\psi(k)$ yang baru.
- Lakukan langkah b-c sampai nilai q dan $\psi(k)$ tidak berubah
- Hitung nilai TC

Step 3

Cari Total biaya optimal dengan cara $TC^*(q^*, k^*, L^*, m) = \min_{i=0,1,\dots,n} TC(q, k, L_i, m)$

Step 4

Tetapkan $m = m+1$ dan lakukan step 2 sampai 3.

Step 5

Jika $TC(q^*, k^*, L^*, m) \geq TC(q^*, k^*, L^*, m-1)$ maka lanjutkan ke step 6, sebaliknya ke step 4

Step 6

Total biaya optimal $TC^*(q^*,k^*,L^*,m^*) = TC(q^*,k^*,L^*,m-1)$. q^* , k^* , L^* , dan m^* adalah solusi optimal.

3. Contoh Numerik dan Analisis

Pada bagian ini kita akan memberikan contoh numerik penyelesaian model yang telah dikembangkan diatas.

$D = 1000$ unit per tahun

$P = 3000$ unit per tahun

$K = 600$ per set up

$A = 100$ per pemesanan

$F = 30$ per pengiriman

$h_b = 5$ per unit per tahun

$h_p = 4$ per unit per tahun

$\pi = 100$ per unit

standard deviasi permintaan = 7 unit per minggu

Dan lead time memiliki 3 komponen sesuai dengan data berikut :

Tabel 1. Data Lead Time

Komponen Lead time i	Durasi normal b_i (hari)	Durasi minimum a_i (hari)	Unit crashing cost c_i (/hari)
1	20	6	0.1
2	20	6	1.2
3	16	9	5.0

Hasil yang didapatkan dari model yang telah dikembangkan untuk frekuensi pengiriman 4 ($n=4$) dapat dilihat pada tabel 2.

Tabel 2. Hasil Numerik Algorithm

n	m	L	q	k	$\psi(k)$	TC Buyer	TC Vendor	TC Total
4	1	1	482	1,302777	0,04526	1595,153	1566,857	3162,01
		2	491	1,291611	0,046346	1641,153	1548,909	3190,061
		3	491	1,291605	0,046347	1641,667	1548,653	3190,32
	2	1	299	1,557285	0,025686	1218,104	1602,009	2820,113
		2	302	1,551746	0,026019	1227,049	1597,625	2824,674
		3	313	1,533059	0,027168	1327,027	1584,302	2911,329
	3	1	222	1,701203	0,018234	1098,225	1640,71	2738,936
		2	227	1,692017	0,018647	1124,017	1637,94	2761,957
		3	239	1,66719	0,019802	1252,275	1633,54	2885,814
	4	1	180	1,799957	0,014277	1056,267	1673,324	2729,591
		2	185	1,78778	0,014721	1095,767	1674,016	2769,783
		3	197	1,758196	0,015848	1246,671	1680,588	2927,259
	5	1	152	1,87415	0,011819	1047,674	1701,699	2749,373
		2	157	1,859476	0,012273	1098,882	1706,792	2805,674
		3	170	1,826043	0,013366	1268,877	1725,162	2994,039

Pada contoh ini terlihat bahwa untuk frekuensi pengiriman 4 maka kebijakan optimal yang didapatkan adalah : manufaktur melakukan pengiriman dengan lot size 180, batch size produksi 720, lot pemesanan pembeli 720 dan lead time 42 hari. Tentunya hasil ini akan sedikit

berbeda untuk frekuensi pengiriman yang lain. Pada kondisi tersebut total biaya persediaan supply chain mencapai 2730, biaya persediaan pada manufaktur mencapai 1673 dan biaya persediaan pada pembeli mencapai 1056. Dengan frekuensi pengiriman yang relatif besar ($n=4$) biaya persediaan yang ditanggung pembeli akan cenderung lebih kecil. Hal ini dikarenakan jumlah persediaan yang dikelola oleh pembeli relatif lebih kecil dibandingkan bila frekuensi pengiriman kecil.

4. Kesimpulan dan Saran

Dari penelitian ini dapat ditarik beberapa kesimpulan, yaitu :

1. Untuk kasus diatas didapatkan kebijakan optimal : manufaktur melakukan pengiriman dengan lot size 180, batch size produksi 720, lot pemesanan pembeli 720 dan lead time 42 hari
2. Biaya persediaan supply chain mencapai 2730, biaya persediaan pada manufaktur mencapai 1673 dan biaya persediaan pada pembeli mencapai 1056
3. Dengan frekuensi pengiriman yang relatif besar ($n=4$) biaya persediaan yang ditanggung pembeli akan cenderung lebih kecil. Hal ini dikarenakan jumlah persediaan yang dikelola oleh pembeli relatif lebih kecil dibandingkan bila frekuensi pengiriman kecil.

Penelitian ini memiliki asumsi dan batasan, baik eksplisit maupun implisit, sehingga dapat dilakukan relaksasi. Beberapa saran yang dapat diberikan untuk kesempurnaan penelitian mendatang adalah sebagai berikut :

1. Model diatas masih menganggap bahwa proses produksi dapat menghasilkan produk tanpa cacat. Pada kasus nyata tidak ada proses produksi yang selalu dapat menghasilkan produk 100% baik. Oleh karenanya model diatas dapat dikembangkan menjadi model persediaan yang mempertimbangkan kemampuan proses produksi.
2. Model diatas belum diintegrasikan dengan proses pengadaan bahan baku. Untuk itu penelitian ini dapat dikembangkan menjadi model integrasi IVB-IPP (*Integrated Vendor Buyer – Integrated Procurement Production*)

Daftar Pustaka

- Banerjee, A., (1986), "A joint economic lot size model for purchaser and vendor", *Decision Sciences* 17, 292-311.
- Chan, Chi Kin, dan Kingsman, Brian G. (2005), "A Coordinated Single Vendor Multi Buyer Supply Chain Model : Synchronization of Ordering and Production Cycles", Lancaster University, UK.
- Goyal, S.K. (1976) "An integrated inventory model for a single supplier – single customer problem" *International Journal of Production Research* 15:107-111
- Goyal S.K, (1988), "Joint economic lot size model for purchaser and vendor : A comment ", *Decision Sciences* 19, 236-241.
- Goyal, S.K., dan Deshmukh, S.G. (1992) "Integrated procurement-production systems: A review", *European Journal of Operational Research* 62:1-10
- Goyal, S. K., (1995), "A one-vendor multi-buyer integrated inventory model : A comment", *European Journal of Operation Research* 82, 209-210.
- Goyal, S.K., dan Nebebe F., (2000), "Determination of economic production-shipment policy for single-vendor–single-buyer system", *European Journal of Operational Research* 121:175-178

- Goyal, S.K., dan Cardenas-Barron, L.E. (2001), "Note on: 'An optimal *batch* size for a production system operating under a just-in-time delivery system", *International Journal of Production Economics* 72:99
- Hill, R., (1999), "The optimal production and shipment policy for the single vendor single buyer integrated production-inventory problem", *International Journal of Production Research* 37, 2463-2475.
- Kelle, Al khateeb dan Miller (2003), "Partnership and Negotiation Support by Joint Optimal Ordering/Setup Policies for JIT", *International Journal of Production Economic*, 81-82:431-441
- Pujawan, I N., dan Kingsman, Brian G. (2002), "Joint optimisation and timing synchronisation in a buyer supplier inventory system", *International Journal of Operations and Quantitative Management* 8:93-110