Penentuan Ukuran *Batch* dan *Sequence* Optimal Dalam Sistem Produksi Dua *Stage*

I Wavan Suletra¹

Jurusan Teknik Industri, Universitas Sebelas Maret, Surakarta

Abstract

This paper extends previous study of batch sizing and sequencing problems in flow line production system. We develop a new model to optimize the batch size and sequence in two-stage production system. The previous study optimizes the same decision variables but for single-stage production system. In this study, stage 1 has one machine and makes a batch of N types of component with different size for each type. Stage 2 also has single assembling facility and assembles those batch of components into a batch of single type of final product. Each type of component has a different setup time and setup cost, and each batch of final products has constant setup time and constant setup cost. Optimum batch size and optimum sequence will minimize average production cost per unit time.

Keywords: batch, stage, sequence, completion time, production rate

1. Pendahuluan

Penelitian ini membahas sistem produksi yang memiliki dua *stage* untuk satu jenis produk (*final product*). *Stage* 1 memproduksi komponen dan *stage* 2 perakitan. *Final product* tersusun atas N jenis komponen, dan masing-masing komponen diperlukan sejumlah tertentu untuk merakit satu unit produk. *Stage* 1 terdiri dari satu mesin untuk membuat N jenis komponen, dan *stage* 2 terdiri atas satu unit fasilitas perakitan. Pada *stage* 1, pergantian produksi dari satu jenis komponen ke jenis komponen berikutnya akan membutuhkan waktu dan biaya *setup* yang hanya tergantung pada jenis komponen berikutnya.

Permintaan terhadap produk dianggap diketahui dan konstan, dan horizon perencanaan sangat panjang (*infinite*). Ukuran satu *batch* produk dan sekuens N jenis komponen dalam satu mesin merupakan dua variabel keputusan yang akan dioptimalkan dengan ukuran performansi biaya produksi rata-rata per unit waktu. *Stage* 2 memerlukan input (berupa komponen) dari *stage* 1, sedangkan *stage* 1 tidak tergantung *path stage* 2. Pada *stage* 2, perpindahan dari satu *batch* ke *batch* berikutnya menimbulkan biaya *setup* yang konstan tidak tergantung pada ukuran *batch*.

Studi yang sama dalam sistem produksi seperti ini telah dilakukan oleh Gim dan Han [1] tetapi diasumsikan bahwa mesin yang memproduksi komponen dan fasilitas perakitan berada dalam satu stasiun (stage). Asumsi ini bisa diihat dari perhitungan production rate sistem produksi dimana waktu siklus produksi (untuk satu batch) merupakan penjumlahan dari waktu produksi komponen dan waktu perakitan. Akibat dari asumsi ini adalah mesin belum dapat memproses komponen untuk batch berikutnya jika batch sebelumnya belum selesai dirakit.

_

¹ Correspondence: E-mail: suletra@yahoo.com

Dikembangkan dari studi Gim dan Han [1], penelitian ini memisahkan mesin dan fasilitas perakitan ke dalam dua *stage* sehingga *production rate* ditentukan oleh waktu siklus maksimum dari kedua. *stage* tersebut. Dengan demikian, mesin dapat memproses komponen-komponen untuk kebutuhan *batch* berikutnya ketika sudah *idle* meskipun *batch* sebelumnya belum selesai dirakit pada *stage* 2.

2. Asumsi

Tujuan penelitian ini adalah menentukan ukuran *batch* optimal dan sekuens optimal untuk N komponen pada satu mesin. Asumsi-asumsi yang relevan dengan model yang dikembangkan dalam penelitian ini adalah:

- 1. Waktu setup komponen independen terhadap urutan produksi.
- 2. Kekurangan tidak diijinkan.
- 3. Biaya penyimpanan proporsional dengan level inventori.
- 4. Untuk memenuhi kebutuhan satu *batch* produk, setiap jenis komponen diproduksi dalam satu kali proses dengan jumlah sesuai kebutuhan *batch*.
- 5. Bahan baku masing-masing komponen tiba di *shop floor* ketika dibutuhkan (ketika *setup* dimulai) dalam ukuran *batch*, dan akan dikirim ke *stage* 2 ketika seluruh unit dalam *batch* selesai dikerjakan.

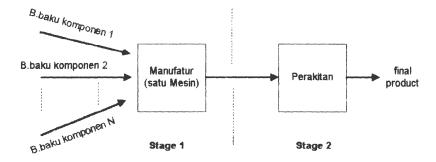
3. Notasi

Notasi-notasi yang digunakan dalam model adalah sebagai berikut:

- i = nomor komponen (1, 2, ..., N)
- t = waktu perakitan untuk satu unit produk
- r_i = jumlah komponen ke-i yang dibutuhkan untuk membuat satu unit produk.
- s_i = waktu *setup* komponen *i*
- k = biaya setup komponen i
- ti = waktu proses komponen i per unit
- h_i = biaya simpan satu unit komponen *i* per unit waktu
- K = biaya setup satu batch
- D = besarnya permintaan produk per unit waktu
- H = biaya simpan satu unit produk per unit waktu.
- O = ukuran satu *batch*
- S = urutan N komponen dalam produksi
- P = production rate (unit/satuan waktu)
- T = completion time satu batch
- W = waktu siklus produksi satu *batch*.

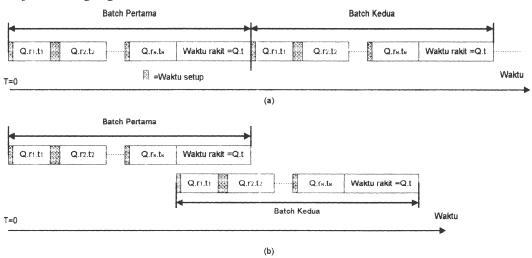
4. Model

Sistem produksi yang dibahas pada penelitian ini dapat digambarkan seperti pada gambar 1.



Gambar 1. Sistem Produksi Flow Line dua Stage

Perbedaan dalam siklus produksi antara sistem produksi satu *stage* (sistem produksi oleh Gim dan Han [1] dengan sistem produksi 2 *stage* (model usulan pada penelitian ini) dapat ditunjukkan dengan gambar 2 dibawah ini.



Gambar 2. Siklus batch (a) Satu stage, (b) dua stage

Seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.a, karena sistem produksi model Gim dan Han [1] hanya terdiri dari satu *stage*, maka waktu siklus produksi (satu *batch*) merupakan penjumlahan dari waktu produksi komponen dan waktu perakitan. Waktu ini juga merupakan *completion time* untuk satu *batch*. Dengan demikian, untuk *batch* dengan ukuran Q, maka waktu siklus atau *completion time*nya dinyatakan sebagai:

$$W = T = Q \left(t + \sum_{i=1}^{N} \eta t_i \right) + \sum_{i=1}^{N} s_i$$
 (1)

Selanjutnya, gambar 2.b mengambarkan waktu siklus untuk model yang diusulkan pada penelitian ini, yaitu model untuk sistem produksi dua *stage*. Oleh karena dua *stage*, maka waktu siklus produksi (satu *batch*) adalah waktu produksi yang paling panjang dari dua *stage* tersebut. Waktu siklus ini dapat dinyatakan sebagai:

 $W = Max[waktu\ produksi\ komponen,\ waktu\ perakitan]$

=
$$\max[(Q\sum_{i=1}^{N}r_{i}t_{i} + \sum_{i=1}^{N}s_{i}), Qt]$$
 (2)

Sedangkan *completion time* untuk satu *batch* sama dengan model Gim dan Han[1] seperti persamaan (1). Selanjutnya, *production rate* untuk ukuran *batch* Q adalah:

$$P = \frac{Q}{W}$$

$$P = \frac{Q}{\text{Max}[(Q\sum_{i=1}^{N} r_i t_i + \sum_{i=1}^{N} s_i), Qt]}$$
(3)

Starting time untuk komponen i dengan policy Q dan S dapat dinyatakan sebagai:

 ST_i = Total waktu produksi seluruh komponen sebelum komponen i

Total waktu produksi suatu jenis komponen terdiri dari waktu setup dan waktu proses sebagai berikut:

Waktu $setup = s_i$

Waktu proses = $Q.r_i.t_i$

sehingga starting time komponen i menjadi

$$ST_i = \sum_{k=1}^{i-1} (s_k + Qr_k t_k)$$
(4)

Batch- flow time untuk komponen i merupakan waktu yang dibutuhkan dari starting time hingga satu batch final product selesai dikerjakan batch flow time dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$FT_i = T - ST_i$$

$$FT_i = Qt + \sum_{k=1}^{N} (s_k + Qr_k t_k)$$
 (5)

Seperti yang telah dijelaskan di depan, model pada penelitian ini bertujuan untuk mengoptimalkan ukuran satu *batch* produk (Q) dan sekuens (S) untuk N jenis komponen dengan kriteria minimasi biaya produksi rata-rata per unit waktu. Untuk memperoleh biaya produksi rata-rata per unit waktu, perlu dihitung terlebih dahulu total biaya produksi satu *batch*. Biaya yang relevan dimasukkan ke dalam total biaya produksi satu *batch* meliputi:

- Total biaya setup pada stage 1
- Total biaya simpan komponen (stage 1)
- Total biaya simpan final product (stage 2)
- Biaya setup (order) perakitan (stage 2)

Seluruh komponen penyusun total biaya produksi satu *batch* harus dikonversikan menjadi biaya per satuan waktu agar diperoleh biaya produksi rata-rata per unit waktu. Horison perencanaan tak hingga (*infinite*) menyebabkan biaya produksi rata-rata per unit waktu menjadi kriteria yang lebih tepat digunakan daripada total biaya produksi. Untuk mempermudah perhitungan pada tahap selanjutnya, digunakan notasi-notasi sebagai berikut:

$$A = \sum_{i=1}^{N} r_{i}t_{i}$$
, $B = \sum_{i=1}^{N} h_{i}r_{i}$, $C = \sum_{i=1}^{N} s_{i}$, $E = \sum_{i=1}^{N} k_{i}$

a. Biaya Setup

Biaya setup pada stage 1 per satuan waktu (TSC) dapat dinyat.akan sebagai:

TSC =
$$\frac{total\ biaya\ setup\ satu\ batch}{panjang\ waktu\ coverage1\ batch\ terhadap\ demand}$$

$$=\frac{\sum_{i=1}^{N}k_{i}}{Q/D}=\frac{DE}{Q} \qquad (6)$$

b. Biaya Simpan Komponen

Biaya simpan komponen merupakan fungsi dan *batch-flow time* komponen. Biaya simpan komponen per satuan waktu (WIP) dapat dinyatakan sebagai:

WIP =
$$\frac{\sum_{i=1}^{N} \left(\text{batch flow time } x \text{ biaya simpan satu unit komponen } i \text{ v komponen } i \text{ per satuan waktu } x \text{ komponen } i \right)}{Q}$$

$$= \frac{D}{Q} \sum_{i=1}^{N} FT_{i} * h_{i} * Qr_{i}$$

$$= \frac{D}{Q} \sum_{i=1}^{N} \left\{ Qt + \sum_{k=1}^{N} (s_{k} + Qr_{k}t_{k}) \right\} * h_{i} * Qr_{i}$$

$$= QBDt + D \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} h_{i}r_{i}(s_{k} + Qr_{k}t_{k})$$

$$(7)$$

c. Biaya Inventori Final Product

Biaya inventori *final product* terdiri dari biaya simpan dan biaya *setup* perakitan. Biaya inventori *fina lproduct* per satuan waktu (FIC) dapat dinyatakan sebagai:

FIC = biaya simpan per satuan waktu + biaya setup per satuan waktu

$$= \begin{pmatrix} \textit{biaya simpan perunit} & \textit{rata-rata persedian} \\ \textit{per satuan waktu} & \textit{per satuan waktu} \end{pmatrix} \times \frac{\textit{biaya setup satu batch}}{\textit{panjang waktu coverage}} \\ 1 \textit{ batch terhadap demand}$$

$$= H * \frac{Q}{2} (1 - \frac{D}{P}) + \frac{K}{Q/D}$$
 (8)

Production rate (P) pada persamaan (3) ditulis ulang sebagai berikut:

$$P = \frac{Q}{\text{Max}[(Q\sum\limits_{i=1}^{N}r_{i}t_{i} + \sum\limits_{i=1}^{N}s_{i}), Qt]}$$

Karena waktu siklus mengandung fungsi *Max*, maka ada dua kondisi yang dapat dijelaskan untuk menganalisis nilai waktu siklus tersebut.

Kondisi pertama,

Jika,

$$\sum_{i=1}^{N} r_i t_i = A \ge t , \qquad (9)$$

dimana A adalah total waktu proses (diluar setup) seluruh

komponen untuk satu unit produk, maka:

$$Max[(Q\sum_{i=1}^{N}r_{i}t_{i}+\sum_{i=1}^{N}s_{i}),Qt] = Q\sum_{i=1}^{N}r_{i}t_{i}+\sum_{i=1}^{N}s_{i}$$
(10)

sehingga

$$P = \frac{Q}{Q\sum_{i=1}^{N} r_i t_i + \sum_{i=1}^{N} s_i} = \frac{Q}{QA + C}$$
 (11)

Dan

$$FIC_1 = \frac{HQ}{2} - \frac{HQAD}{2} - \frac{CDH}{2} + \frac{DK}{Q}$$
 (12)

Pada kondisi pertama ini, *Production rate* (P) harus lebih besar dari *demand*, sehingga diperoleh kendala:

P≥D
$$\Rightarrow \frac{Q}{QA+C}$$
 ≥D
 $\Rightarrow Q_{LB} = \frac{CD}{(1-AD)}, \quad Q_{LB} = Q \text{ lower bound}$ (13)

Kondisi Kedua

Jika A<t, maka ada dua kemungkinan:

Kemungkinan pertama:

$$Max[(Q\sum_{i=1}^{N}r_{i}t_{i}+\sum_{i=1}^{N}s_{i}),Qt] = Q\sum_{i=1}^{N}r_{i}t_{i}+\sum_{i=1}^{N}s_{i}$$

dengan syarat:

$$Qt \leq Q \sum_{i=1}^{N} r_i t_i + \sum_{i=1}^{N} s_i$$

$$Q < \frac{\sum\limits_{i=t}^{N} s_i}{t - \sum\limits_{i=t}^{N} r_i t_i} \rightarrow Q < \frac{C}{t - A}$$

$$Q_{UB} = \frac{C}{t - A},\tag{14}$$

dimana,

 $Q_{UB} = Q$ upper bound

FIC sama dengan persamaan (12) dan kendala P≥D tetap berlaku sehingga ada dua kendala pada kemungkianan pertama ini.

Kemungkinan kedua:

$$Max[(Q\sum_{i=1}^{N}r_{i}t_{i}+\sum_{i=1}^{N}s_{i}),Qt]=Qt$$

dengan syarat:

$$Qt \ge Q \sum_{i=1}^{N} r_{i} t_{i} + \sum_{i=1}^{N} s_{i} \qquad \Rightarrow Q \ge \frac{C}{t-A}$$

$$\Rightarrow Q_{LB} = \frac{C}{t-A}, \text{ (kendala 1)}$$
(15)

Sementara, kendala P>D menjadi:

$$\frac{Q}{Qt} \ge \Rightarrow \frac{1}{t} \ge D$$

Harga $\frac{1}{t}$ merupakan *production rate* pada *stage* 2 dalam unit per satuan waktu. Biaya mventori menjadi:

$$FIC_2 = H * \frac{Q}{2} (1 - \frac{D}{Q/Qt}) + \frac{K}{Q/D}$$

$$= H * \frac{Q}{2} (1 - Dt) + \frac{DK}{Q}$$
(16)

d. Biaya Produksi Per Satuan Waktu

Biaya produksi per satuan waktu (TC[Q,S]) dapat dinyatakan sebagai:

$$TC(Q,S) = TSC + WIP + FIC$$

Model akhir yang digunakan untuk mencari Q optimal dan S optimal dapat dijelaskan di bawah ini.

Kondisi pertama, apabila total waktu proses (diluar *setup*) seluruh komponen untuk satu unit produk (A) lebih besar atau sama dengan waktu perakitan satu unit produk, maka modelnya menjadi:

Fungsi Tujuan : Min $TC(Q,S) = TSC + WIP + FIC_1$

Dengan Kendala:

$$Q_{LB} = \frac{CD}{1 - CD}$$

Solusi optimum untuk kondisi pertama ini dapat dicari dengan mengaplikasikan prosedur solusi Gim dan Han [1].

Kondisi kedua, apabila total waktu proses seluruh komponen untuk satu unit produk (A) lebih kecil dari waktu perakitan satu unit produk, maka harus dilakukan dua kali pencarian solusi karena ada dua P yang berbeda.

Untuk $P = \frac{Q}{QA + C}$ (production rate stage 1), maka modelnya menjadi:

Fungsi Tujuan: $Min TC(O,S) = TSC + WIP + FIC_1$

Dengan Kendala:

$$Q_{LB} = \frac{CD}{1 - CD}$$
, dan $Q_{UB} = \frac{C}{t - A}$

Untuk P = 1/t (production rate stage 2) dimana 1/t≥D, maka modelnya menjadi:

Fungsi Tujuan: Min $TC(Q,S) = TSC + WIP + FIC_2$

Dengan Kendala:

$$Q_{LB} = \frac{C}{t - A}$$

Solusi optimum pada kondisi kedua ini dapat dicari dengan mengapilkasikan algoritma Gim dan Han[1] pada masing-masing nilai P. Kemudian Q optimal dan S optimal ditentukan dari TC(Q,S) yang minimum dari dua alternatif P tersebut.

5. Prosedur Solusi

Fungsi TC(Q,S) terdiri dan tiga komponen biaya, yaitu TSC, WIP dan FIC, tetapi tidak seluruh komponen biaya tersebut dipengaruhi oleh kedua variabel keputusan Q dan S. Biaya TSC dan FIC tidak dipengaruhi oleh variabel S, oleh karena itu, meminimumkan TC(Q,S) untuk Q yang tetap sama artinya dengan meminimumkan WIP. Dari persamaan (7) dapat dilihat bahwa meminimumkan fungsi

$$Y = \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} h_i r_i (s_k + Q r_k t_k)$$

berarti meminimumkan WIP. Sekuens komponen yang meminimumkan fungsi Y yang diusulkan oleh Gim dan Han [1] adalah:

$$\frac{h_{i}r_{i}}{s_{i} + Qr_{i}t_{i}} \le \frac{h_{i}r_{2}}{s_{2} + Qr_{2}t_{2}} \le \dots \le \frac{h_{N}r_{N}}{s_{N} + Qr_{N}t_{N}}$$
(17)

Semakin ke kiri semakin besar prioritas komponen untuk dijadwalkan lebih awal.

Variabel Q mempengaruhi seluruh komponen dalam TC(Q,S), dengan demikian, meminimumkan TC(Q,S) untuk S yang tetap sama artinya dengan meminimumkan total penjumlahan seluruh komponen.

Untuk Kondisi pertama(A≥t), dimana FIC=FIC1, maka

$$TC(Q,S) = \frac{DE}{Q} + \left[QBDt + D\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} h_i r_i (s_k + Q r_k t_k)\right] + \frac{HQ}{2} (1 - AD) - \frac{CDH}{2} + \frac{DK}{Q}$$
(18)

Dengan menurunkan TC(Q,S) terhadap Q diperoleh Q* sebagai berikut:

$$Q^* = [2D(E+K)]^{1/2} \times \left\{ H(1-AD) + 2DtB + 2D\sum_{i=1}^{N} h_i r_i \sum_{k=i}^{N} r_k t_k \right\}^{-1/2}$$
(19)

Untuk Kondisi kedua(A<t), terdapat dua kemungkinan, yaitu:

1)
$$P = \frac{Q}{QA + C}$$
 (production rate stage 1)

maka TC(Q,S) sama dengan persamaan (18) dan Q* sama dengan persamaan (11) dengan

syarat
$$\frac{CD}{1-AD} \le Q^* \le \frac{C}{t-A}$$
,

2) P=1/t (production rate stage 2) dimana FIC=FIC₂ maka:

$$TC(Q,S) = \frac{DE}{Q} + \left[QBDt + D\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} h_i r_i (s_k + Q r_k t_k)\right] + H * \frac{Q}{2} (1 - Dt) + \frac{DK}{Q}$$
(20)

dan

$$Q^* = [2D(E+K)]^{1/2} \times \left\{ H(l-Dt) + 2DtB + 2D\sum_{i=1}^{N} h_i r_i \sum_{k=i}^{N} r_k t_k \right\}^{-1/2}$$
(21)

Dimana,

$$Q^* \ge \frac{C}{t - A}$$

Untuk mempercepat pencarian Q*, Gim dan Han [1] mengusulkan Q_{SOL} yang merupakan Q optimal dengan asumsi seluruh komponen tiba di *shop floor* pada *time zero*. Jika seluruh komponen tiba pada *time zero*, maka *batch-flow time* setiap jenis komponen menjadi sama, yaitu sepanjang T (*completion time* satu *batch* produk) dan urutan komponen (S) tidak lagi mempengaruhi biaya WIP. Hal ini juga berarti bahwa TC hanya fungsi dari Q. Jika seluruh komponen tiba pada *time zero*, biaya WIP pada persamaan (7) menjadi:

$$WIP = \frac{D}{Q} \sum_{i=1}^{N} T * h_i * Qr_i = DT \sum_{i=1}^{N} h_i r_i$$

$$= DBQt + DBA + DBC$$
 (22)

Dengan demikian, terbukti bahwa WIP tidak tergantung pada urutan S. Biaya TC(Q,S) pada persamaan (18) (untuk *production rate = production rate stage* 1) berubah menjadi:

$$TC(Q,S) = \frac{DE}{O} + [DBQt + DBA + DBC] + \frac{HQ}{2}(1 - AD) - \frac{CDH}{2} + \frac{DK}{O}$$
(23)

Terbukti juga bahwa TC tidak tergantung pada S. Harga Q optimal dapat dicari dengan menurunkan TC terhadap Q:

$$\frac{d(TC)}{dQ} = 0, \quad \Rightarrow Q_{\text{SOLI}} = \sqrt{\frac{D(E+K)}{DBt + \frac{H}{2}(I-AD)}}$$
 (24)

Sedangkan biaya TC(Q,S) pada persamaan (20) (untuk production rate = production rate stage 2) berubah menjadi:

$$TC(Q,S) = \frac{DE}{Q} + [DBQt + DBA + DBC] + H * \frac{Q}{2}(1 - Dt) + \frac{DK}{Q}$$
 (25)

Harga Q optimal dapat dicari dengan menurunkan TC terhadap Q:

$$\frac{d(TC)}{dQ} = 0, \quad \Rightarrow Q_{SOL2} = \sqrt{\frac{D(E+K)}{DBt + \frac{H}{2}(1-Dt)}}$$
 (26)

Untuk mencari nilai optimum global (menghilangkan asumsi bahwa semua komponen tiba di *shop floor* pada *time zero*), maka digunakan iterasi 3 *step* yang diusulkan oleh Gim dan Han[1] sebagai berikut:

Step 1: Menghitung Q_{Min} dimana $Q_{Min}=Max[Q_{LB},Q_{SOL}]$

Step 2: Dengan menggunakan $Q=Q_{Min}$ dari step 1, dicari S berdasarkan aturan sekuens pada persamaan (17) dan kemudian dihitung TC(Q,S) dengan persamaan (18) atau (20) sesuai dengan production rate. Jika TC(Q,S) yang diperoleh tidak berbeda dengan TC(Q,S) iterasi sebelumnya, maka stop. Jika tidak, maka dilanjutkan ke step 3.

Step 3: Berdasarkan S yang dipero!eh dari step 2, dihitung Q* dengan persamaan (19) atau (21) sesuai dengan *production rate*. Jika Q* yang diperoleh tidak berbeda dengan Q* iterasi sebelumnya, maka stop. Jika tidak, dilanjutkan ke *step* 2.

6. Kesimpulan

Jika dibandingkan dengan model yang dibuat oleh Gim dan Han, model yang dibuat dalam penelitian ini terlihat lebih kompleks. Hal ini disebabkan oleh adanya dua *stage* dalam sistem produksi yang *production rate*nya boleh tidak sama. Perbedaan dalam perumusan *production rate* menyebabkan formulasi TC(Q,S) menjadi berbeda. Hal ini dapat terjadi karena *production rate* mempengaruhi komponen biaya inventori *final product* (FIC). Untuk kasus dimana waktu proses komponen (untuk kebutuhan satu unit *final product*) lebih besar dari waktu perakitan 1 unit *final product*, maka dapat dipastikan *production rate* sistem produksi sama dengan *production rate* pada pemrosesan komponen (*stage* 1). Hal ini sangat logis karena waktu siklus pemrosesan komponen lebih panjang dari pada waktu siklus perakitan.

Untuk kasus dimana waktu proses komponen (untuk kebutuhan satu unit *final product*) lebih kecil dari waktu perakitan 1 unit *final product*, maka tidak dapat dipastikan apakah *production rate* sistem produksi sama dengan *production rate stage* 1 atau *production rate stage* 2 sebelum menentukan harga Q.

Daftar Pustaka

- Bongjin and Min-Hong Han (1997), Economic Scheduling Of Products With N Components on A Single Machine, *European Journal of Operation Research*, p.570-577.
- Silver, E. A., and Peterson, R. (1985). Decision Systems for Inventory Management and Production Planning. New York: Wiley
- Spiegel, M.R., (1968). Mathematical Hanbook of Formulas and Tabels,McGraw-Hill, New York.
- Srinivasan, S.K. and Mehata, K.M., (1978). *Probability and random processes*, Tata McGraw-Hill, New Delhi.
- Taha, Hamdi. A. (1996). Riset Operasi Edisi Kelima Jilid 1. Jakarta: Binarupa Aksara
- Walpole, Ronald E. (1997). *Pengantar Statistika edisi ke-3*; Jakarta: Penerbit PT.Gramedia Pustaka Utama.