

Penjadwalan Flexible Job Shop: Studi Kasus PT. X

Bobby Kurniawan*, dan Ade Irman S M

Jurusan Teknik Industri, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa, Cilegon, 42435, Indonesia

Abstract

Flexible Manufacturing System (FMS) is characterized by process and routing flexibility which gives several machines in the facility has more than one process capabilities. However, high investment is needed to implement FMS. As a consequence, equipment on FMS must be operated in full utilization to overcome the fixed cost incurred. Furthermore, customers want their product delivered on time. Hence, good planning and scheduling play important role to achieve these goals. The resource allocation problem in FMS to fulfill customers' satisfaction can be modeled by Flexible Job Shop Problem (FJSP) using lateness criteria. Mixed integer programming is used to solve the Flexible Job Shop problem.

Keywords: flexible job shop, FMS, integer programming

1. Pendahuluan

Sistem manufaktur fleksibel (*Flexible Manufacturing System* atau FMS) memiliki ciri antara lain: kemampuan untuk melakukan proses lebih dari satu atau disebut juga *process flexibility* dan kemampuan untuk melakukan sebuah proses pada berbagai mesin atau disebut *routing flexibility* (Yilmaz dan Davis, 1987). Walaupun demikian, investasi peralatan FMS lebih besar dibandingkan mesin konvensional (Yilmaz dan Davis, 1987; O'Grady, 1989). Perencanaan produksi dan penjadwalan yang baik tidak hanya akan membuat utilisasi yang tinggi dari peralatan yang nilai investasinya mahal, akan tetapi juga dapat membuat pengiriman tepat waktu kepada pelanggan. Permasalahan yang terjadi, yaitu pemenuhan keinginan pelanggan dan pemanfaatan sumber daya secara optimal, dapat dimodelkan sebagai penjadwalan *Flexible Job Shop Problem* (FJSP) menggunakan *lateness criteria*. Dengan menggunakan *lateness criteria* diharapkan tidak terjadi keterlambatan pengiriman (*delivery*) kepada pelanggan.

Kondisi di atas merupakan permasalahan yang dihadapi oleh PT. X yang memiliki sebuah fasilitas. Di satu sisi harus mampu memenuhi kepuasan pelanggan untuk dapat mengirimkan pesanan sesuai waktu yang ditentukan (*due date*), di sisi lain juga mengoptimalkan penggunaan (utilitas) peralatan fleksibel yang dimilikinya. Dengan demikian, pengalokasian sumber daya dengan tujuan mengurangi atau meminimumkan keterlambatan pesanan pada sebuah FMS sangat relevan dengan kondisi nyata yang dialami oleh industri yang memiliki peralatan fleksibel.

Beberapa metode pemecahan *flexible job shop* telah dikembangkan di literatur yang secara garis besar dapat dibedakan menjadi dua pendekatan, yaitu metode eksak dan metode non-eksak (aproksimasi). Metode eksak adalah dengan memformulasikan *flexible job shop* sebagai formulasi *Integer Programming* (IP). Formulasi IP diselesaikan dengan *Dynamic Programming*, *Branch and Bound*, *Cutting plane*, ataupun gabungan dari kedua metode tersebut, yaitu *Branch and Cut*. Sedangkan metode aproksimasi yang banyak diusulkan oleh para peneliti antara lain adalah heuristik dan simulasi.

Penelitian Demir dan İşleyen (2012) mengusulkan sebuah *Integer Programming* (IP) menggunakan fungsi tujuan minimasi *makespan* dalam memecahkan *flexible job shop*. Pada

* *Correspondance* : b.kurniawan@untirta.ac.id

penelitian tersebut juga ditambah dengan masalah yang lebih kompleks dari FJSP yaitu adanya pemilihan alternatif proses sehingga permasalahan tidak hanya seperti FJSP tapi juga menentukan urutan proses. Formulasi IP juga dilakukan oleh Fattahi dkk. (2009) yang membandingkan Branch and Bound dengan metode Simulated Annealing serta Tabu search. Sedangkan penelitian yang menggunakan metode non-eksak antara lain Li dkk. (2010) yang mengusulkan Tabu Search (TS) dan variable neighborhood search (VNS), Genetic Algorithm (GA) antara lain Zhang dkk. (2012) dan De Giovanni dan Pezzella (2010) mengusulkan improved GA.

Penelitian ini memformulasikan masalah penjadwalan *flexible job shop* menjadi model matematik *Integer Programming*. Fungsi tujuan yang digunakan adalah minimasi keterlambatan. Formulasi model matematik menggunakan Demir dan İşleyen (2012) dengan perbedaan terletak pada fungsi tujuan.

2. Formulasi Model

Formulasi masalah *flexible job shop* menurut Wang dkk. (2012) adalah sebagai berikut: “Tersedia n buah *job* dalam $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ yang akan diproses pada m buah mesin dalam $M = \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$. Sebuah *job* J_i memiliki n_i operasi dengan urutan $\{O_{i,1}, O_{i,2}, \dots, O_{i,n_i}\}$. Setiap operasi $O_{i,j}$ dapat diproses pada himpunan mesin $m_{i,j}$ dengan $M_{i,j} \subseteq M$. *Preemption* tidak diperbolehkan, atau setiap operasi harus diselesaikan tanpa interupsi”.

Sedangkan notasi yang akan digunakan dalam formulasi model matematika Demir dan İşleyen (2012) adalah sebagai berikut:

Indeks

i, h : indeks job (1, . . . , n)

j, g : indeks operasi (1, . . . , J_i)

k : indeks mesin (1, . . . , m)

Parameter

n : jumlah job

m : jumlah mesin

J_i : jumlah operasi yang dimiliki job i

p_{kij} : waktu proses operasi O_{ij} jika diproses di mesin k

d_j : waktu tenggat (*due date*) job i

Variabel keputusan

c_{ij} : waktu selesai operasi O_{ij}

c_{ijk} : waktu selesai operasi O_{ij} di mesin k

c_i : waktu selesai job i

$$v_{ijk} \begin{cases} 1 & \text{jika } O_{ij} \text{ diproses di mesin } k \\ 0 & \text{jika tidak} \end{cases}$$

$$z_{ijhkg} \begin{cases} 1 & \text{jika } O_{ij} \text{ mendahului } O_{hg} \text{ diproses di mesin } k \\ 0 & \text{jika tidak} \end{cases}$$

$$\text{Min } \sum_{i \in J} \max \{0, c_i - d_i\} \quad (1)$$

$$c_{ij} - c_{ij-1} \geq p_{kij} * v_{ijk}, \forall i, k, \forall j = 2, \dots, J_i \quad (2)$$

$$c_{ij} \geq p_{kij} * v_{ijk}, \forall i, j = 1, k \in M_{ij} \quad (3)$$

$$(c_{hg} - c_{ij} - p_{khg}) * v_{hgg} * v_{ijk} * z_{ijhkg} \geq 0, \forall i, h, j, g, k \in M_{ij} \cap M_{hg} \quad (4)$$

$$(c_{ij} - c_{hg} - p_{kij}) * v_{ijk} * v_{hgg} * z_{ijhkg} \geq 0, \forall i, h, j, g, k \in M_{ij} \cap M_{hg} \quad (5)$$

$$\sum_{k \in M_{ij}} v_{ijk} = 1, \forall i, j \quad (6)$$

$$z_{ijhjk} + z_{hgijk} = v_{ijk} * v_{hgk}, \forall i, h, j, g, k \in M_{ij} \cap M_{hg} \quad (7)$$

$$c_{ij} \geq 0, \forall i, j \quad (8)$$

$$c_j = c_{ij}, \forall i, j = n \quad (9)$$

$$v_{ijk} \in \{0,1\}, \forall i, j, k \quad (10)$$

Persamaan (1) merupakan fungsi tujuan untuk meminimasi total *tardiness*. Untuk menjamin bahwa setiap *job* mengikuti urutan operasi pengerjaan digunakan persamaan (2). Pembatas (3) digunakan untuk menjamin bahwa operasi pertama setiap *job* harus lebih besar dari waktu prosesnya. Sedangkan pembatas (4) dan (5) menjamin operasi O_{ij} harus selesai dikerjakan sebelum operasi O_{hg} dapat diproses bila dikerjakan pada mesin yang sama. Pembatas (6) menyatakan bahwa setiap operasi hanya dapat dikerjakan pada sebuah mesin. Sedangkan pembatas (7) digunakan untuk menjamin urutan pengerjaan terpenuhi. Waktu selesai harus bernilai positif direpresentasikan oleh pembatas (8). Waktu setiap *job* selesai diproses, atau dengan kata lain seluruh operasi setiap *job* telah dilakukan dinyatakan pada persamaan (9). Sedangkan persamaan (10) menjamin bahwa variabel v_{ijk} bersifat biner.

3. Hasil dan Pembahasan

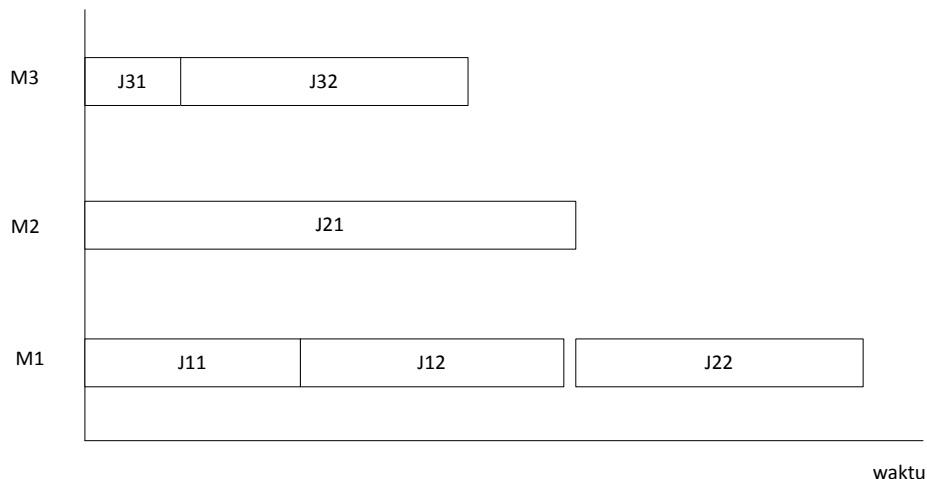
Data-data yang dalam penelitian ini disajikan dalam Tabel 1. Terdapat tiga buah *job* ($n = 3$) dikerjakan oleh tiga buah mesin ($m = 3$). Setiap *job* memiliki dua buah operasi ($J_i = 2$). Sedangkan waktu operasi setiap pada setiap mesin juga ditampilkan. Sebagai contoh, J_1 memiliki 2 buah operasi yang harus diproses. Operasi pertama dapat dilakukan di mesin 1 sebesar 12 satuan waktu dan mesin 3 sebesar 15 satuan waktu. Sedangkan pada mesin 2 tidak dapat diproses sehingga dilambangkan dengan tanda tak terbatas (∞).

Tabel 1. Waktu Operasi dan Waktu Tenggat *Job*

Job	Operasi	M_1	M_2	M_3	d
J_1	O_{11}	12	∞	15	30
	O_{12}	10	23	∞	
J_2	O_{21}	12	26	10	30
	O_{22}	15	∞	∞	
J_3	O_{31}	∞	15	5	30
	O_{32}	∞	24	10	

Selanjutnya digunakan program LINGO untuk menyelesaikan formulasi matematik dari persamaan (1) sampai dengan (10). Hasil penjadwalan *flexible job shop* tersaji pada Gambar 1.

Dari Gambar 1 terlihat bahwa waktu selesai *job* 3 adalah 20 menit yang dikerjakan seluruhnya di mesin 3. Dengan demikian *tardiness job* 3 adalah 0. Sedangkan waktu selesai *job* 1 adalah 22 menit sehingga *tardiness job* 1 adalah 0. Sedangkan waktu penyelesaian *job* 2 adalah 46 menit, dengan demikian *tardiness job* 2 adalah 16. Sehingga *total tardiness* adalah sebesar 16.



Gambar 1. Hasil penjadwalan *flexible job shop*

4. Simpulan

Penjadwalan *flexible job shop* dengan kriteria keterlambatan (*lateness criteria*) telah dikembangkan untuk memecahkan studi kasus di sebuah perusahaan yang memiliki mesin fleksibel. Dengan menggunakan formulasi *integer programming*, penjadwalan *flexible job shop* diselesaikan dengan jumlah *job* dan mesin yang sedikit. Walaupun pendekatan eksak menghasilkan solusi yang optimal, namun dalam kasus dengan jumlah *job* dan mesin yang banyak cara ini tidak praktis dalam waktu komputasi.

Daftar Pustaka

- Kurniawan, B. dan Ma'ruf, A. (2012). Perancangan sistem penjadwalan *flexible job shop* berbasis agen menggunakan sistem lelang, *Prosiding Seminar Sistem Produksi X*, (Bandung, 8 – 10 Oktober 2012).
- De Giovanni, L. dan Pezzella, F. (2010). An improved Genetic Algorithm for the distributed and flexible job-shop scheduling problem, *European Journal of Operational Research*, Vol. 200, pp. 395-408.
- Demir, Y. dan İşleyen, S.K. (2013). Evaluation of Mathematical Models for Flexible Job-shop, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, pp. 977-988.
- Fattahi, P., Jolai, F., dan Arkat, J. (2009). Flexible job shop scheduling with overlapping in operations, *Applied Mathematical*, Vol. 33, pp. 3076-3087.
- Li, J., Pan, Q., dan Liang, Y. (2010). An effective hybrid Tabu Search Algorithm for multi-objective flexible job-shop scheduling problems, *Computers & Industrial Engineering*, Vol 59, pp. 647-662.
- O'Grady, P.J. (1989). Flexible manufacturing systems: present development and trends, *Computer in Industry*, Vol 12, pp. 241-251.
- Wang, L., Wang, S., Xu, Y., Zhou, G., dan Liu, M. (2012). A bi-population based estimation of distribution algorithm for the flexible job-shop scheduling problem, *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 62, pp. 917-926.
- Yilmaz, O.S. dan Davis, R.P. (1987). Flexible Manufacturing Systems Characteristics and Assesment, *Engineering Management International*, 4, 209-212.
- Zhang, Q., Manier, H., dan Manier M.-A. (2012). A Genetic Algorithm with Tabu Search Procedure for Flexible Job Shop Scheduling with Transportation Constraints and Bounded Processing Times, *Computers & Operations Research*, Vol. 39, pp. 1713-1723.