

Pemodelan Data Kemiskinan di Pulau Sumatera dengan Regresi Multilevel *Spline Linear Truncated*

Muhammad Ridzky Davala, Nurul Mutiara Annisa, Siswanto Siswanto*, Anisa Kalondeng
Program Studi Statistika, Universitas Hasanuddin, Makassar, Indonesia

*Corresponding author: siswanto@unhas.ac.id

Submitted: 27-Nov-2023

Revised: 17-May-2024

Accepted: 23-May-2024

Abstract. Poverty is one of the world's biggest challenges that is still a problem, both in developing and developed countries, including Indonesia. Around 27.5 million people live below the national poverty line in Indonesia. Because it is the largest archipelago, poverty problems in each region also vary, including on the Sumatra Island. One of the efforts to alleviate poverty can be done through identifying factors that affect the percentage of poor population using truncated linear spline multilevel regression model. Multilevel modeling is a statistical approach specifically used to analyze data with a two-level structure. This approach allows an understanding of the contribution of individual and group-level factors to the response variable. The predictor variables considered are per capita expenditure, open unemployment rate, and human development index at the district/city level (level-1), as well as population growth rate and economic growth rate at the provincial level (level-2). The results of this study show that the best multilevel regression model at level-1 uses three knot points, while at level-2 it uses two knot points. The factors that affect PPM in Sumatra Island in 2021 at level-1 are per capita expenditure and at level-2 are population growth rate and economic growth rate. The factors that affect percentage of poor population in Sumatra Island in 2021 are expected to provide a more in-depth view of the socio-economic conditions on the island of Sumatra.

Keywords: Multilevel; Poverty; Spline; Truncated

1. PENDAHULUAN

Kemiskinan merupakan salah satu tantangan terbesar dunia yang masih menjadi permasalahan, baik di negara berkembang maupun negara maju. Meskipun terdapat kemajuan dalam mengurangi angka kemiskinan di beberapa negara, masih banyak negara di seluruh dunia dengan tingkat kemiskinan yang tinggi. Sekitar 9,2% penduduk dunia pada tahun 2020 masih hidup di ambang garis kemiskinan ekstrem [1]. Kemiskinan ini bukan hanya terkait masalah ekonomi, tetapi juga mencakup aspek-aspek sosial, pendidikan, kesehatan, dan lingkungan hidup [2]. Masalah ini menjadi perhatian global karena dampaknya yang merusak, termasuk keterbatasan akses terhadap pendidikan yang berkualitas, ketidaksetaraan ekonomi, hingga kerentanan terhadap bencana alam [3].

Indonesia sebagai salah satu negara terpadat di dunia dengan populasi yang beragam juga memiliki masalah serius terkait kemiskinan. Tingkat kemiskinan di Indonesia mencapai sekitar 10,19% pada tahun 2020, artinya bahwa sekitar 27,5 juta penduduk Indonesia berada di bawah garis kemiskinan nasional [4]. Hal ini mengindikasikan bahwa kemiskinan masih menjadi masalah yang belum maksimal dalam penanganannya. Terdapat tiga karakteristik yang mencolok

pada masalah kemiskinan di Indonesia, yaitu banyak rumah tangga di ambang batas kemiskinan nasional, pengukuran kemiskinan yang bergantung pada pendapatan sehingga tidak mencerminkan sepenuhnya tingkat kemiskinan sebenarnya, dan tingginya risiko kemiskinan bagi sebagian besar penduduk Indonesia [5]. Masalah kemiskinan di setiap wilayah Indonesia pun bervariasi, termasuk di Pulau Sumatera. Pulau Sumatera merupakan salah satu wilayah di Indonesia dengan tingkat kemiskinan yang cukup tinggi.

Berdasarkan data tahun 2020, persentase penduduk miskin di Pulau Sumatera sebesar 9,58% dan mengindikasikan Pulau Sumatera sebagai salah satu pulau dengan tingkat kemiskinan yang cukup tinggi, dalam hal ini berada di posisi kedua untuk pulau dengan tingkat kemiskinan tertinggi di Indonesia setelah Pulau Jawa [6]. Oleh karena itu, sebagai salah satu upaya pengentasan kemiskinan, identifikasi terkait faktor-faktor yang memengaruhi persentase penduduk miskin (PPM) di Pulau Sumatera perlu dilakukan. Melalui identifikasi faktor-faktor yang memengaruhi kemiskinan dapat dikembangkan program-program yang tepat untuk mengatasi masalah kemiskinan dan membantu evaluasi terhadap program-program tersebut. Faktor yang diduga berpengaruh terhadap kemiskinan di Pulau Sumatera, di antaranya tingkat pengangguran terbuka (TPT), indeks pembangunan manusia (IPM), dan laju pertumbuhan ekonomi (LPE) [7]. Selain itu, laju inflasi juga diduga berpengaruh terhadap kemiskinan di Pulau Sumatera [8]. Adapun PPK digunakan untuk mengukur kemampuan ekonomi individu atau keluarga sementara laju pertumbuhan penduduk (LPP) ditambahkan untuk memberikan gambaran tentang tekanan demografis terhadap distribusi sumber daya. Kombinasi kedua faktor ini dapat memberikan indikasi tentang seberapa besar proporsi penduduk yang mungkin berada di bawah garis kemiskinan karena keterbatasan ekonomi dan pertumbuhan populasi yang cepat.

Berdasarkan uraian tersebut, maka dalam identifikasi faktor yang memengaruhi PPM digunakan model regresi multilevel *spline linear truncated*. Hal ini disebabkan karena data PPM merupakan data yang memiliki struktur hierarki, yaitu terdiri dari unit-unit observasi pada level kabupaten/kota yang dikelompokkan dalam unit observasi pada level provinsi. Analisis regresi multilevel diaplikasikan untuk mengatasi masalah terkait data dengan struktur hierarki tersebut [9]. Data PPM di Pulau Sumatera juga memiliki kecenderungan tidak mengikuti pola parametrik dengan beberapa nilai pencilan sehingga diperlukan analisis dengan regresi nonparametrik, yaitu *spline linear truncated*. Terkait pemodelan dengan regresi tersebut, estimasi parameter pada penelitian ini dilakukan menggunakan metode *restricted maximum likelihood* (REML) yang menghasilkan estimasi parameter tidak bias [10].

Penelitian terkait regresi multilevel telah dilakukan oleh Masruroh dan Matsuany pada tahun 2022 dalam memodelkan IPM di Provinsi Jawa Tengah. Penelitian tersebut menggunakan unit observasi kecamatan yang dikelompokkan dalam unit observasi kabupaten/kota [11]. Penelitian lainnya oleh Rastranta pada tahun 2022 dalam analisis kemiskinan rumah tangga pertanian tahun 2020 di Provinsi Sulawesi Selatan [12]. Selain itu, terdapat penelitian terkait regresi linier multilevel yang menggunakan metode REML oleh Purwanto dan Aiman pada tahun 2022 dalam memodelkan pertumbuhan pada kacang tanah [13]. Oleh karena itu, pada penelitian ini dilakukan identifikasi dan analisis faktor-faktor yang memengaruhi PPM melalui model regresi multilevel *spline linear truncated* dengan metode REML sebagai upaya pengentasan kemiskinan di Pulau Sumatera. Melalui identifikasi dan analisis hubungan ini, diharapkan dapat dikembangkan strategi kebijakan regional yang tepat terkait kemiskinan di Pulau Sumatera.

2. KAJIAN PUSTAKA

2.1. Regresi Nonparametrik *Spline Linear Truncated*

Spline merupakan segmen polinomial dengan fleksibilitas yang lebih baik dari polinomial biasa sehingga memungkinkan penyesuaian pola data pada interval tertentu melalui titik *knot*. Titik tersebut menandakan adanya perubahan pola perilaku fungsi pada interval yang berbeda [14]. Secara umum, fungsi dari *spline linear truncated* yang berorde q dengan titik-titik *knot* (k_1, k_2, \dots, k_r) dinyatakan dalam Persamaan (1) [15]:

$$f(x_i) = \sum_{l=0}^q \beta_l x_i^l + \sum_{h=1}^r \beta_{q+h} (x_i - k_h)_+^q \quad (1)$$

Jika persamaan regresi nonparametrik disubstitusikan ke Persamaan (1), maka diperoleh model regresi nonparametrik *spline linear truncated* yang dituliskan dalam Persamaan (2) [16]:

$$f(x_{ji}) = \beta_{0j} + \sum_{l=1}^q \beta_{jl} x_{ji}^l + \sum_{h=1}^r \beta_{j(q+h)} (x_{ji} - k_{jh})_+^q \quad (2)$$

dengan

$$(x_i - k_h)_+^q = \begin{cases} (x_i - k_h)^q, & \text{jika } x_i \geq k_h \\ 0, & \text{jika } x_i < k_h \end{cases}$$

y_i : variabel respon untuk pengamatan ke- i ,

x_{ji} : variabel prediktor ke- j untuk pengamatan ke- i ,

β_{0j} : intersep prediktor ke- j ,

β_{jl} : parameter polinomial untuk prediktor ke- j dan orde ke- l ,

k_{jh} : titik *knot* untuk prediktor ke- j dan titik *knot* ke- h ,

r : banyaknya titik *knot*,

q : orde polinomial *spline linear truncated*,

p : banyaknya variabel prediktor,

$\beta_{j(q+h)}$: parameter *truncated* untuk prediktor ke- j dan titik *knot* ke- $(q + h)$,

ε_i : galat pengamatan ke- i yang diasumsikan saling bebas berdistribusi normal $(0, \sigma^2)$.

2.2. Pemilihan Titik *Knot* Optimum

Model regresi *spline* terbaik bergantung pada identifikasi titik *knot* optimum. *Generalized cross validation* (GCV) adalah satu diantara metode yang digunakan dalam menentukan titik *knot* optimum [17]. Nilai GCV paling minimum menandakan bahwa titik *knot* tersebut optimum. Secara matematis, metode GCV dinyatakan dalam Persamaan (3):

$$GCV(k) = \frac{MSE(k)}{(n^{-1} \text{trace}[\mathbf{I} - \mathbf{A}(k)])^2} \quad (3)$$

dengan $MSE(k) = n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2$, $k = (k_1, k_2, \dots, k_r)$ sebagai titik *knot*, \mathbf{I} sebagai matriks identitas, $\mathbf{A}[k] = \mathbf{X}[k](\mathbf{X}'[k]\mathbf{X}[k])^{-1}\mathbf{X}'[k]$, dan n sebagai jumlah data [18].

2.3. Struktur Data Model Hierarki

Jenis data yang terdiri dari unit yang diamati di tingkat yang lebih tinggi atau berkelompok dikenal sebagai data hierarki, multilevel, atau kelompok-kelompok [19]. Variabel respon pada struktur hierarki atau berjenjang ini diukur pada level terendah atau level-1 saja, sedangkan variabel prediktor diukur pada level yang lebih tinggi [20]. Persamaan regresi dalam struktur ini

akan disusun secara terpisah pada setiap level. Untuk melakukan estimasi terhadap variabel respon, penggunaan variabel prediktor menjadi suatu praktik yang umum. Apabila suatu data memiliki struktur hierarki atau hierarki dua tingkat, maka perlu mempertimbangkan langkah-langkah berikut:

- a. Terdapat m kelompok dengan jumlah pengamatan n_1, n_2 , dan seterusnya yang berbeda pada setiap kelompok.
- b. Variabel respon hanya diamati pada tingkat pertama (level-1).
- c. Pada tingkat kedua (level-2), terdapat variabel prediktor yang terdiri dari dua tingkat:
 - Level-1: variabel prediktor X_1 hingga X_p .
 - Level-2: variabel prediktor Z_1 hingga Z_q .

2.4. Model Linier Hierarki

Model linier hierarki disebut juga sebagai model koefisien acak, linier multilevel, komponen kovarian, atau model takseimbang dengan efek acak tersembunyi. Model ini merupakan model linier yang melibatkan variabel respon yang dipengaruhi oleh variabel prediktor tetap dan acak. Menurut definisi model ini, istilah hierarki mewakili dua komponen. Pertama, data yang cocok untuk model ini memiliki struktur hierarki dengan unit pada level-1 tersubstitusi dalam unit level-2 dan seterusnya. Kedua, struktur hierarki ditampilkan oleh parameter model [21].

2.5. Model Linier Hierarki 2 Level

Tahap selanjutnya, membentuk sebuah model linier hierarki dua tingkat yang umum. Model ini menggabungkan model tingkat pertama dan kedua sehingga dapat dianggap sebagai model linier campuran yang melibatkan koefisien regresi yang konstan dan bervariasi. Variabel prediktor didefinisikan pada tingkat individu dan pada tingkat kelompok dalam kerangka kerja dari model regresi linier dua tingkat ini.

1) Model Level-1

Tingkat pertama (individu), luarannya adalah y_{ij} untuk individu i dalam kelompok j ($i = 1, \dots, n_j; j = 1, \dots, m$) yang bervariasi sebagai akibat dari karakteristik individu X_{ij} , serta galat acak ε_{ij} sesuai dengan model regresi linier. Bentuk umum dari model tingkat satu dijabarkan dalam Persamaan (4) [9]:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + \varepsilon_{ij}, \quad \varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2) \quad (4)$$

dengan

- Y_{ij} : variabel respon level-1,
- β_{0j} : intersep level-1,
- β_{1j} : koefisien regresi level-1,
- X_{ij} : variabel prediktor level-1,
- ε_{ij} : galat level-1.

2) Model Level-2

Tingkat kedua (kelompok), setiap koefisien regresi (β_{0j}) yang telah didefinisikan pada model tingkat pertama menjadi variabel yang akan diestimasi dalam tingkat kelompok. Dengan demikian, bentuk umum dari model tingkat dua dinyatakan dalam Persamaan (5) [9]:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_{ij} + u_{0j} \quad (5)$$

dengan

- β_{0j} : variabel respon level-2,
- γ_{00} : intersep level-2,
- γ_{01} : koefisien regresi level-2,
- Z_{ij} : variabel prediktor level-2,
- u_{0j} : galat level-2.

Persamaan (4) dan Persamaan (5) digabungkan untuk satu prediktor yang berlaku dari setiap level sehingga membentuk Persamaan (6):

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_j + \beta_1X_{ij} + u_{0j} + \varepsilon_{ij} \quad (6)$$

dengan $[\gamma_{00} + \gamma_{01}Z_j + \beta_1X_{ij}]$ merupakan bagian *fixed effect* dan $[u_{0j} + \varepsilon_{ij}]$ merupakan bagian dari *random effect* [9]. Adapun distribusi data diasumsikan mengikuti pola normal dengan persyaratan berikut:

- a. Rerata = 0, maka $E(u_{0j}) = E(\varepsilon_{ij}) = 0$
- b. Ragam galat level-2 adalah $Var(u_{0j}) = \sigma_{u_0}^2$ dan pada level-1 galat adalah $Var(\varepsilon_{ij}) = \sigma_e^2$.

3. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder terkait kemiskinan tahun 2021 di Pulau Sumatera yang bersumber dari laman *bps.go.id*. Unit observasi level-1 adalah 154 kabupaten/kota, sedangkan unit observasi level-2 adalah 10 provinsi di Pulau Sumatera. Adapun variabel dalam penelitian ini, yaitu PPM sebagai variabel respon (Y), PPK (X_1), TPT (X_2), dan IPM (X_3) sebagai variabel prediktor level-1, serta LPP (Z_1) dan LPE (Z_2) sebagai variabel prediktor level-2.

Analisis data pada penelitian ini dilakukan menggunakan bantuan *software* Rstudio dengan tahapan analisis sebagai berikut.

1. Melakukan analisis secara deskriptif dan eksplorasi data menggunakan *scatter plot*.
2. Membuat model regresi multilevel dengan metode REML estimator *spline linear truncated* melalui tahapan berikut.
 - a. Melakukan pemodelan regresi 2 level dengan membangun model intersep acak dengan variabel prediktor level-1 menggunakan Persamaan (4) dan model intersep acak dengan menambahkan variabel prediktor level-2 menggunakan Persamaan (5), serta model gabungan menggunakan Persamaan (6).
 - b. Menyatakan fungsi regresi multilevel estimator *spline linear truncated* melalui Persamaan (1).
 - c. Mengestimasi parameter regresi multilevel estimator *spline linear truncated* dengan metode REML.
 - d. Melakukan estimasi parameter β dan u menggunakan metode REML dengan estimator *spline linear truncated*.
3. Membuat model regresi multilevel pada PPM di kabupaten/kota dan provinsi Pulau Sumatera tahun 2021 dengan tahapan sebagai berikut.
 - a. Memodelkan data PPM dan provinsi menggunakan regresi multilevel dengan estimator *spline linear truncated* pada satu hingga tiga titik *knot*.
 - b. Mengestimasi parameter untuk model multilevel dengan estimator *spline linear truncated* pada level-1 (kabupaten/kota) dengan REML.
 - c. Mengestimasi parameter untuk model multilevel dengan estimator *spline linear truncated* pada level-2 (provinsi) dengan REML.

- d. Menggabungkan model level-1 dan level-2 yang diperoleh sehingga terbentuk model gabungan.
4. Melakukan pemilihan titik *knot* optimum menggunakan metode GCV dengan Persamaan (3).
5. Memodelkan data PPM terbaik berdasarkan GCV minimum.
6. Melakukan pengujian signifikansi parameter level-1 dan 2.
7. Menginterpretasi model.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Analisis Statistik Deskriptif

Variabel yang digunakan pada penelitian ini memiliki kriteria pengukuran tertentu. PPM diukur berdasarkan rerata pengeluaran per bulan penduduk yang berada di bawah garis kemiskinan. PPK berdasarkan total pengeluaran yang dilakukan oleh individu atau rumah tangga untuk berbagai kebutuhan tiap tahunnya. TPT diukur berdasarkan persentase jumlah penduduk yang aktif mencari pekerjaan, tetapi tidak mendapatkan pekerjaan dibandingkan dengan total angkatan kerja. IPM berdasarkan pemenuhan terhadap tiga dimensi, yaitu kesehatan, pendidikan, dan standar hidup layak. Adapun klasifikasi IPM terbagi dalam 4 kategori, yaitu rendah ($IPM < 60$), sedang ($60 \leq IPM < 70$), tinggi ($70 \leq IPM < 80$), dan sangat tinggi ($80 \leq IPM$). Selanjutnya, LPP diukur berdasarkan selisih antara jumlah kelahiran dan kematian serta migrasi bersih per tahun. Sementara itu, LPE diukur berdasarkan persentase perubahan Produk Domestik Bruto riil tiap tahunnya. Adapun hasil analisis statistik secara deskriptif dari setiap variabel penelitian ditunjukkan pada Tabel 1.

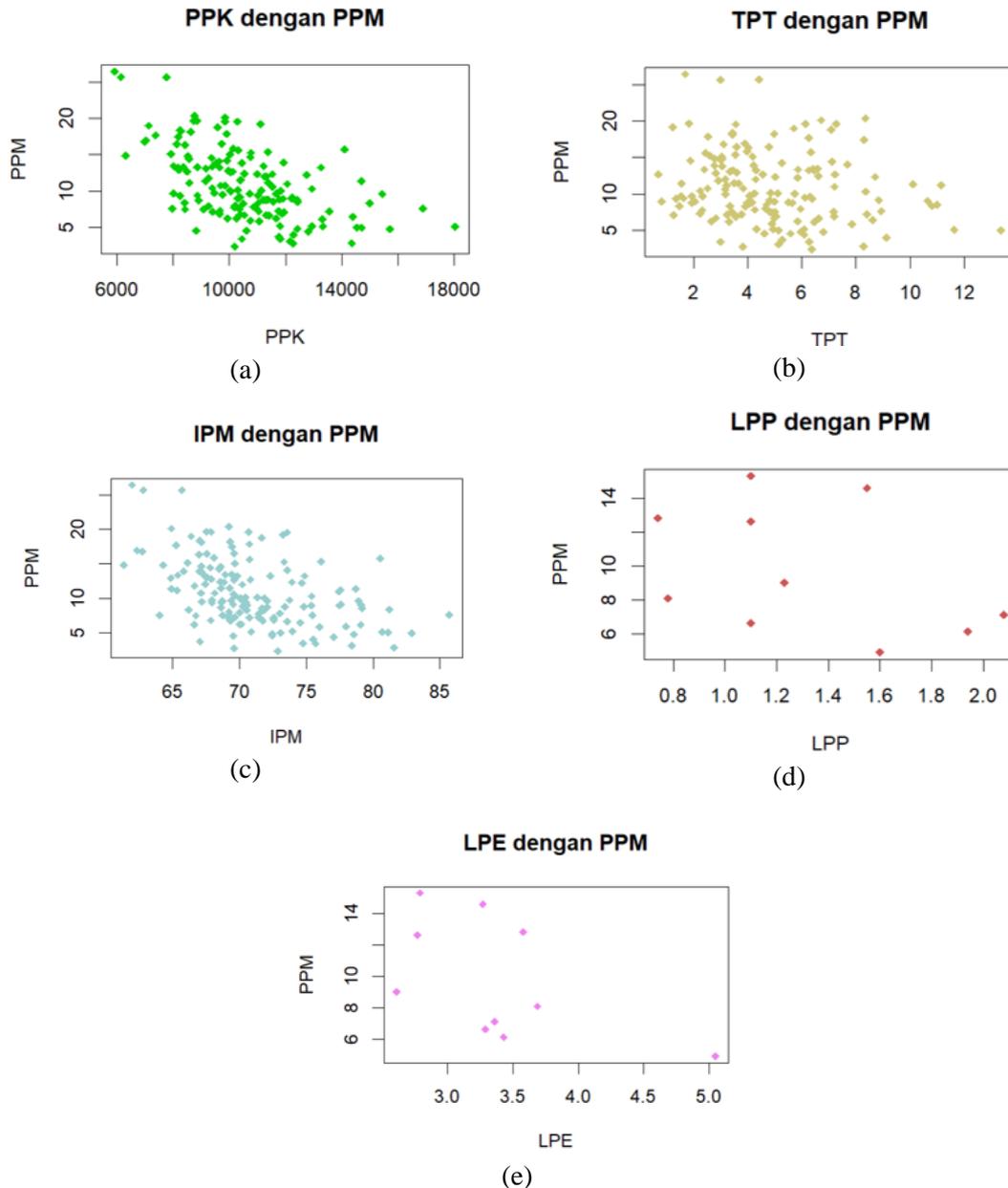
Tabel 1. Hasil analisis deskriptif

Variabel	Minimum	Standar Deviasi	Rerata	Maksimum
PPM (Y)	2,38	4,85	10,91	26,42
PPK (X_1)	5924	2041,49	10576,20	18034
TPT (X_2)	0,70	2,38	4,88	13,37
IPM (X_3)	61,35	4,51	70,95	85,71
LPP (Z_1)	0,74	0,46	1,32	2,08
LPE (Z_2)	2,61	0,69	3,38	5,05

Berdasarkan Tabel 1, rerata PPM di Pulau Sumatera sebesar 10,91% dengan persentase tertinggi di Sumatera Utara dan terendah di Sumatera Barat. Selain itu, variabel PPK tertinggi terdapat di Kepulauan Riau, sedangkan terendah terdapat di Sumatera Utara. Variabel TPT tertinggi di Sumatera Barat dan terendah di Sumatera Utara. Variabel IPM tertinggi di Aceh sedangkan terendah di Sumatera Barat. Tingginya nilai IPM di Aceh disebabkan adanya peningkatan signifikan dalam sektor pendidikan, kesehatan, dan standar hidup, termasuk investasi dalam infrastruktur, program kesejahteraan, dan upaya rehabilitasi pasca-konflik yang juga berkontribusi terhadap peningkatan tersebut. Adapun untuk level-2, variabel LPP tertinggi di Riau dan terendah di Sumatera Selatan, sedangkan variabel LPE tertinggi di Kepulauan Bangka Belitung dan terendah di Sumatera Utara. Tingginya PPM di Sumatera Utara dapat disebabkan oleh beberapa faktor, termasuk perubahan ekonomi akibat pandemi *coronavirus disease* (COVID-19) yang memengaruhi berbagai sektor ekonomi dan penghasilan rumah tangga, keterbatasan akses terhadap layanan pendidikan dan kesehatan, serta ketidaksetaraan ekonomi [22].

4.2. Eksplorasi Data

Eksplorasi data dilakukan melalui visualisasi pola hubungan antar variabel menggunakan *scatter plot*. Adapun identifikasi pola hubungan tersebut dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. *Scatter plot* (a) PPM dengan PPK, (b) PPM dengan TPT, (c) PPM dengan IPM, (d) PPM dengan LPP, dan (e) PPM dengan LPE

Gambar 1 untuk setiap *scatter plot* antara PPM dengan variabel prediktor menunjukkan pola hubungan yang tidak mengikuti pola linier dan cenderung bergerombol ataupun acak sehingga kurang tepat untuk menganalisis hubungan antarvariabel menggunakan regresi parametrik karena dapat menghasilkan bias. Oleh karena itu, dalam analisis hubungan antarvariabel digunakan regresi nonparametrik. Selain itu, terdapat beberapa nilai pencilan sehingga PPM dapat dimodelkan dengan menggunakan *spline linear truncated*.

4.3. Model Regresi Multilevel

Data PPM di Pulau Sumatera dianalisis menggunakan regresi multilevel *spline linear truncated* dengan satu hingga tiga titik *knot* untuk memperoleh model terbaik dari data tersebut.

Pemilihan Titik Knot Optimum

Penggunaan titik *knot* dalam model regresi multilevel *spline linear truncated* adalah hal yang vital disebabkan titik *knot* menandakan terjadinya perubahan pola perilaku fungsi pada suatu model. Pemilihan titik dalam regresi *spline* dilakukan untuk menentukan titik-titik yang memungkinkan fungsi *spline* untuk berubah pola dan tersegmen pada titik tersebut. Jumlah titik *knot* yang diaplikasikan dibatasi sebanyak satu hingga tiga titik karena semakin banyak jumlah titik, maka pola model yang dihasilkan pun semakin kompleks [23]. Metode yang dapat digunakan untuk menentukan titik *knot* optimum model regresi multilevel *spline linear truncated* adalah metode GCV. Titik *knot* optimum dan nilai GCV minimum untuk setiap prediktor level-1 dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Titik *knot* optimum level-1

Jumlah Knot	GCV	PPK			TPT			IPM		
		k_{1_1}	k_{1_2}	k_{1_3}	k_{2_1}	k_{2_2}	k_{2_3}	k_{3_1}	k_{3_2}	k_{3_3}
1 titik <i>knot</i>	15,91	7901,14			2,77			65,33		
2 titik <i>knot</i>	16,04	6418,28	10372,57		1,22	5,35		62,34	70,30	
3 titik <i>knot</i>	15,77	7406,86	7654	7901,14	2,25	2,51	2,77	64,33	64,83	65,33

Tabel 2 menunjukkan bahwa nilai GCV minimum dari setiap titik *knot* dengan lokasi titik *knot* dari setiap variabel prediktor level-1 mengindikasikan perubahan signifikan terkait dengan variabel respon di sekitar titik-titik tersebut. Adapun nilai GCV minimum dan lokasi titiknya untuk setiap prediktor level-2 dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Titik *knot* optimum level-2

Jumlah Knot	GCV	LPP				LPE	
		k_{1_1}	k_{1_2}	k_{1_3}	k_{2_1}	k_{2_2}	k_{2_3}
1 titik <i>knot</i>	19,54	0,77			2,66		
2 titik <i>knot</i>	7,06	0,99	1,15		3,06	3,36	
3 titik <i>knot</i>	36,85	0,79	0,88	1,67	2,71	2,86	4,30

Tabel 3 menunjukkan nilai GCV minimum dari setiap titik *knot* dengan lokasi titik-titik *knot* dari setiap variabel prediktor level-2.

Pemilihan Model Terbaik

Setelah pemodelan regresi multilevel *spline linear truncated* menggunakan satu hingga tiga titik *knot* beserta kombinasi *knot*, maka dapat dilihat perbandingan antara nilai GCV minimum untuk setiap jumlah titik *knot* dalam penentuan model terbaiknya. Perbandingan nilai GCV minimum satu hingga tiga titik *knot* tersebut dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Perbandingan nilai GCV titik *knot* optimum level-1 dan level-2

Level-Provinsi	Jumlah Titik <i>Knot</i>	GCV Minimum
Level-1 (Kabupaten/Kota)	1 titik <i>knot</i>	15,91
	2 titik <i>knot</i>	16,04
	3 titik <i>knot</i>	15,77
Level-2 (Provinsi)	1 titik <i>knot</i>	19,54
	2 titik <i>knot</i>	7,06
	3 titik <i>knot</i>	36,85

Tabel 4 menunjukkan bahwa nilai GCV minimum, yaitu pada model level-1 dengan tiga titik *knot* dan level-2 dengan dua titik *knot* sehingga diperoleh kombinasi titik *knot* yang paling tepat digunakan sebagai model terbaik regresi multilevel *spline linear truncated*.

Pengujian Signifikansi Parameter Model Regresi Multilevel Spline Linear Truncated

Pengujian signifikansi parameter model regresi multilevel dilakukan untuk mengetahui pengaruh signifikan tiap variabel prediktor terhadap PPM. Terdapat dua level dalam menguji signifikansi parameter pada taraf signifikansi $\alpha = 5\%$.

1. Pengujian signifikansi parameter level-1

Pengujian parameter pada level-1 dimaksudkan untuk mengetahui parameter model regresi multilevel *spline linear truncated* level-1 dengan tiga titik *knot* yang berpengaruh signifikan. Hasil pengujian signifikansi parameter model pada level-1 ditunjukkan pada Tabel 5.

Tabel 5. Uji signifikansi parameter level-1

Variabel	Parameter	Koefisien	<i>P-value</i>	Keputusan
PPK	β_0	33,24	0,70	Tidak signifikan
	β_{11}	-0,01	0,00	Signifikan
	β_{12}	0,14	0,00	Signifikan
	β_{13}	-0,27	0,00	Signifikan
	β_{14}	0,14	0,00	Signifikan
TPT	β_{21}	0,08	0,96	Tidak signifikan
	β_{22}	6,90	0,40	Tidak signifikan
	β_{23}	-17,07	0,17	Tidak signifikan
	β_{24}	10,24	0,08	Tidak signifikan
IPM	β_{21}	0,87	0,56	Tidak signifikan
	β_{22}	5,15	0,39	Tidak signifikan
	β_{23}	-11,26	0,17	Tidak signifikan
	β_{24}	5,01	0,18	Tidak signifikan

Berdasarkan Tabel 5, diketahui bahwa terdapat empat parameter yang signifikan terhadap model. Sedangkan, sisanya tidak signifikan terhadap model. Oleh karena itu, variabel PPK memberikan

pengaruh yang signifikan terhadap PPM di Pulau Sumatera, sedangkan TPT dan IPM tidak berpengaruh signifikan secara parsial. TPT dan IPM yang tidak berpengaruh signifikan secara parsial terhadap PPM karena dampak pandemi COVID-19 yang mengaburkan hubungan tersebut. Faktor seperti penurunan aktivitas ekonomi, terutama di sektor informal, serta gangguan pada akses pendidikan dan layanan kesehatan menjadi faktor dominan dalam menentukan tingkat kemiskinan pada periode tersebut.

2. Pengujian signifikansi parameter level-2

Tujuan dari pengujian ini sama seperti pengujian signifikansi parameter pada level-2. Hasil pengujian dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Uji signifikansi parameter level-2

Variabel	Parameter	Koefisien	P-value	Keputusan
	β_0	-47,05	0,12	Tidak signifikan
LPP	β_{11}	-81,82	0,03	Signifikan
	β_{12}	168,77	0,05	Signifikan
	β_{13}	-83,09	0,10	Tidak signifikan
LPE	β_{21}	43,60	0,02	Signifikan
	β_{22}	-123,44	0,01	Signifikan
	β_{23}	79,42	0,01	Signifikan

Berdasarkan tabel tersebut, diketahui bahwa terdapat lima parameter yang signifikan terhadap model. Sementara itu, parameter sisanya tidak signifikan. Meskipun terdapat parameter yang tidak signifikan, variabel prediktor masih dianggap signifikan karena minimal dalam variabel tersebut terdapat setidaknya satu parameter yang signifikan. Oleh karena itu, variabel LPP dan LPE memberikan pengaruh yang signifikan terhadap PPM di Pulau Sumatera. LPP dan LPE dapat berdampak signifikan terhadap PPM karena pertumbuhan penduduk yang cepat dapat melebihi kemampuan ekonomi untuk menciptakan lapangan kerja dan memenuhi kebutuhan dasar sehingga meningkatkan tekanan pada tingkat kemiskinan. Selain itu, pertumbuhan ekonomi yang tinggi dapat memicu ketimpangan pendapatan jika tidak didistribusikan secara merata sehingga memperbesar kesenjangan antara kelompok masyarakat yang kaya dan miskin.

Estimasi Parameter Model Regresi Multilevel Spline Linear Truncated

Berdasarkan Tabel 2 dan Tabel 5, diperoleh parameter model regresi multilevel *spline linear truncated* dengan tiga titik *knot* pada level-1 dengan model sebagai berikut:

$$\hat{y}_{ij} = 33,24 - 0,01x_{1ij} + 0,14(x_{1ij} - 7406,86)_+ - 0,27(x_{1ij} - 7654)_+ + 0,14(x_{1ij} - 7901,14)_+ + 0,08x_{2ij} + 6,90(x_{2ij} - 2,25)_+ - 17,07(x_{2ij} - 2,51)_+ + 10,24(x_{2ij} - 2,77)_+ + 0,87x_{2ij} + 5,15(x_{2ij} - 64,33)_+ - 11,26(x_{2ij} - 64,83)_+ + 5,01(x_{2ij} - 65,33)_+$$

Selain itu, diperoleh parameter model regresi multilevel *spline linear truncated* dengan tiga titik *knot* pada level-2 berdasarkan Tabel 3 dan Tabel 6 dengan model sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_{0j} = -47,05 - 81,82z_{1ij} + 168,77(z_{1ij} - 0,99)_+ - 83,09(z_{1ij} - 1,15)_+ + 43,60z_{2ij} - 123,44(z_{2ij} - 3,06)_+ + 79,42(z_{2ij} - 3,36)_+$$

Sehingga hasil model linier hierarki gabungan level-1 dan level-2 dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{ij} = & -47,05 - 81,82z_{1ij}^* + 168,77(z_{1ij}^* - 0,99)_+ - 83,09(z_{1ij}^* - 1,15)_+ + 43,60z_{2ij}^* \\ & - 123,44(z_{2ij}^* - 3,06)_+ + 79,42(z_{2ij}^* - 3,36)_+ - 0,01x_{1ij}^* \\ & + 0,14(x_{1ij}^* - 7406,86)_+ - 0,27(x_{1ij}^* - 7654)_+ + 0,14(x_{1ij}^* - 7901,14)_+ \\ & + 0,08x_{2ij} + 6,90(x_{2ij} - 2,25)_+ - 17,07(x_{2ij} - 2,51)_+ \\ & + 10,24(x_{2ij} - 2,77)_+ + 0,87x_{2ij} + 5,15(x_{2ij} - 64,33)_+ \\ & - 11,26(x_{2ij} - 64,83)_+ + 5,01(x_{2ij} - 65,33)_+ \end{aligned}$$

Simbol (*) mengindikasikan bahwa variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap model. Adapun indeks (+) yang terdapat pada persamaan mengindikasikan bahwa fungsi *spline* memiliki sifat tersegmen dan kontinu pada titik knotnya.

Interpretasi Model Regresi Multilevel Spline Linear Truncated

Setelah itu, dilakukan interpretasi model dari regresi multilevel *spline linear truncated* terbaik yang ditunjukkan pada persamaan sebelumnya dengan kombinasi titik *knot* yang telah diperoleh sebagai berikut:

1. Asumsi variabel prediktor lainnya konstan, maka pengaruh dari variabel PPK terhadap PPM sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{ij} = & -0,01x_{1ij}^* + 0,14(x_{1ij}^* - 7406,86)_+ - 0,27(x_{1ij}^* - 7654)_+ \\ & + 0,14(x_{1ij}^* - 7901,14)_+ \end{aligned}$$

$$f(x) = \begin{cases} -0,01x_{1ij}, & x_{1ij} < 7406,86 \\ 0,13x_{1ij} - 1036,96, & 7406,86 \leq x_{1ij} < 7654 \\ -0,14x_{1ij} + 1029,62, & 7654 \leq x_{1ij} < 7901,14 \\ -76,54, & x_{1ij} \geq 7901,14 \end{cases}$$

Jika suatu kabupaten/kota dengan PPK kurang dari Rp7406,86, maka kenaikan satu satuan PPK akan menyebabkan PPM turun sebesar 0,01%. Selanjutnya, kabupaten/kota dengan PPK di antara Rp7406,86 hingga Rp7654, maka kenaikan satu satuan PPK akan menyebabkan PPM naik sebesar 0,13%. Selanjutnya, kabupaten/kota dengan PPK di antara Rp7654 hingga Rp7901,14, maka kenaikan satu satuan PPK akan menyebabkan PPM turun sebesar 0,14%. Lainnya, untuk kabupaten/kota dengan PPK lebih dari Rp7901,14, maka kenaikan satu satuan PPK tidak akan memengaruhi nilai PPM.

2. Asumsi variabel prediktor lainnya konstan, maka pengaruh dari variabel LPP terhadap PPM sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{ij} = & -81,82z_{1ij}^* + 168,77(z_{1ij}^* - 0,99)_+ - 83,09(z_{1ij}^* - 1,15)_+ \\ f(x) = & \begin{cases} -81,82z_{1ij}^*, & z_{1ij}^* < 0,99 \\ 86,95z_{1ij}^* - 167,08, & 0,99 \leq z_{1ij}^* < 1,15 \\ 3,86z_{1ij}^* - 71,53, & z_{1ij}^* \geq 1,15 \end{cases} \end{aligned}$$

Jika suatu kabupaten/kota dengan LPP kurang dari 0,99%, maka kenaikan satu satuan LPP akan menyebabkan PPM turun sebesar 81,82%. Selanjutnya, kabupaten/kota dengan LPP di antara 0,99% hingga 1,15%, maka kenaikan satu satuan LPP akan menyebabkan PPM naik

sebesar 86,95%. Lainnya, untuk kabupaten/kota dengan LPP lebih dari 1,15%, maka kenaikan satu satuan LPP akan menyebabkan PPM naik sebesar 3,86%.

3. Asumsi variabel prediktor lainnya konstan, maka pengaruh dari variabel LPE terhadap PPM sebagai berikut:

$$\hat{Y}_{ij} = 43,60z_{2ij}^* - 123,44(z_{2ij}^* - 3,06)_+ + 79,42(z_{2ij}^* - 3,36)_+$$

$$f(x) = \begin{cases} 43,60z_{2ij}^*, & z_{2ij}^* < 3,06 \\ -79,84z_{2ij}^* + 377,73, & 3,06 \leq z_{2ij}^* < 3,36 \\ -0,42z_{2ij}^* + 110,88, & z_{2ij}^* \geq 3,36 \end{cases}$$

Jika suatu kabupaten/kota dengan PPK kurang dari 3,06%, maka kenaikan satu satuan LPE akan menyebabkan PPM naik sebesar 43,60%. Selanjutnya, kabupaten/kota dengan LPE di antara 3,06% hingga 3,36%, maka kenaikan satu satuan LPE akan menyebabkan PPM turun sebesar 79,84%. Lainnya, untuk kabupaten/kota dengan LPP lebih dari 3,36%, maka kenaikan satu satuan LPP akan menyebabkan PPM turun sebesar 0,42%.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan, diperoleh bahwa faktor yang berpengaruh terhadap PPM di Pulau Sumatera tahun 2021 pada level-1 atau level kabupaten/kota adalah PPK dan pada level-2 atau level provinsi adalah LPP dan LPE. Faktor-faktor yang berpengaruh terhadap PPM di Pulau Sumatera tahun 2021 ini diharapkan dapat memberikan pandangan yang lebih mendalam mengenai kondisi sosio-ekonomi di Pulau Sumatera. Oleh karena itu, diharapkan agar hasil penelitian ini dapat menjadi salah satu dasar pertimbangan bagi pemerintah dalam pengambilan keputusan terkait upaya pengentasan kemiskinan di Pulau Sumatera. Saran untuk penelitian selanjutnya, diharapkan menggunakan kecamatan sebagai unit penelitian level-1 dan provinsi sebagai unit penelitian level-2. Selain itu, diharapkan menggunakan jenis *spline* lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] World Bank, "Measuring Poverty," <https://www.worldbank.org/en/topic/measuringpoverty#1>.
- [2] D. S. Sutopo and D. N. Shabrina, "Spektrum Perencanaan Pembangunan dalam Pengentasan Kemiskinan oleh Pemerintah Desa," *Jurnal Sosiologi Andalas*, vol. 8(1), pp. 57–68, 2022.
- [3] L. Suryadi, "Kemiskinan dan Kerusakan Lingkungan," <https://bappeda.ntbprov.go.id/kemiskinan-dan-kerusakan-lingkungan/>.
- [4] BPS, "Persentase Penduduk Miskin September 2020 Naik Menjadi 10,19 Persen," <https://www.bps.go.id/pressrelease/2021/02/15/1851/persentase-penduduk-miskin-september-2020-naik-menjadi-10-19-persen.html>.
- [5] N. Handayani, "Pengaruh IPM, Pertumbuhan Ekonomi dan Pengangguran Terhadap Kemiskinan Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Tengah tahun 2017-2019," *Diponegoro Journal of Economics*, vol. 11(1), pp. 26–36, 2023.
- [6] BPS Bengkulu, "Persentase Penduduk Miskin Menurut Provinsi di Sumatera (Persen), 2019-2021," <https://bengkulu.bps.go.id/indicator/23/304/1/persentase-penduduk-miskin-menurut-provinsi-di-sumatera.html>.
- [7] M. G. Alfaiz, "Alfaiz, M. G. (2023). Analisis Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Kemiskinan di Pulau Sumatera (Periode 2014–2018)," Doctoral dissertation, Universitas Islam Indonesia, Yogyakarta, 2023.

- [8] A. R. Naila, “Pengaruh Pertumbuhan Ekonomi, Inflasi, dan Pengangguran terhadap Kemiskinan di Provinsi Lampung dalam Perspektif Ekonomi Islam Tahun 2011-2021,” Doctoral dissertation, UIN Raden Intan Lampung, Lampung, 2023.
- [9] J. J. Hox, *Multilevel Analysis: Techniques and Applications Second Edition*. Great Britain: Routledge, 2010.
- [10] N. Oskolkov, “Maximum Likelihood (ML) vs. REML,” <https://towardsdatascience.com/maximum-likelihood-ml-vs-reml-78cf79bef2cf>.
- [11] M. Masruroh and B. Matsaany, “Pemodelan Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Jawa Tengah Menggunakan Model Multilevel,” *Perwira Journal of Science & Engineering*, vol. 2(1), pp. 57–63, 2022.
- [12] V. A. Rastantra, “Analisis Multilevel Kemiskinan Rumah Tangga Pertanian di Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2020,” *J Statistika: Jurnal Ilmiah Teori Dan Aplikasi Statistika*, vol. 14(2), pp. 93–98, 2022.
- [13] A. Purwanto and U. Aiman, “Analisis Regresi Linier Multilevel dengan Metode Restricted Estimation Maximum Likelihood (REML) untuk Data Pengukuran Berulang sebagai Kajian Model Pertumbuhan pada Kacang Tanah,” *PLANTROPICA: Journal of Agricultural Science*, vol. 7(1), pp. 40–47, 2022.
- [14] F. Rahim, I. N. Budiantara, and E. O. Permatasari, “Pemodelan Regresi Nonparametrik Spline Truncated pada Data Angka Kematian Ibu di Jawa Timur,” Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 2019.
- [15] M. H. Pratama, Sifriyani, and D. A. Nohe, “Regresi Nonparametrik Multivariabel dengan Pendekatan Spline Truncated pada Kasus Tuberculosis,” *STATISTIKA Journal of Theoretical Statistics and Its Applications*, vol. 22(1), pp. 87–93, 2022.
- [16] A. T. R. Dani, L. Ni’matuzzahroh, V. Ratnasari, and I. N. Budiantara, “Pemodelan Regresi Nonparametrik Spline Truncated pada Data Longitudinal,” *Inferensi*, vol. 4(1), pp. 47–55, 2021.
- [17] I. W. Rosanti and I. N. Budiantara, “Pemodelan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Morbiditas di Jawa Tengah Menggunakan Regresi Nonparametrik Spline Truncated,” *Inferensi*, vol. 3(2), pp. 107–114, 2020.
- [18] A. Anisa, A. Islamiyati, S. Sahriman, J. Massalesse, and B. Aprilia, “Model Regresi Kuantil Spline Orde Dua Dalam Menganalisis Perubahan Trombosit Pasien Demam Berdarah,” *Jambura Journal of Mathematics*, vol. 5(1), pp. 38–45, 2023.
- [19] D. Anastasia, *Estimasi Parameter*. Depok: Universitas Indonesia, 2008.
- [20] H. Goldstein, *Multilevel Statistical Models 4nd edition*, Second Edition. Routledge: Great Britain, 2011.
- [21] S. W. Raudenbush and A. S. Bryk, *Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods*. CA: Sage, 2002.
- [22] J. Suharianto and H. R. Lubis, “Pengaruh Pengangguran dan Inflasi terhadap Jumlah Penduduk Miskin di Provinsi Sumatera Utara,” *Niagawan*, vol. 11(2), pp. 168–177, 2022.
- [23] R. Putra and M. G. Fadhlurrahman, “Determination of the Best Knot and Bandwidth in Geographically Weighted Truncated Spline Nonparametric Regression Using Generalized Cross Validation,” *MethodsX*, vol. 10, pp. 1–17, 2023.