
K-Medoids Clustering dan Mean-Value at Risk untuk Optimasi Portofolio Saham Jakarta Islamic Index

Eka Sri Puspaningsih, Di Asih I Maruddani*, Tarno

Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro

*Corresponding author: maruddani@live.undip.ac.id

Abstract. *The problem of the portfolio is how to choose stocks and determine their weights in order to generate maximum returns with minimal risk. Portfolios are formed by selecting stocks that have different characteristics. K-Medoids Clustering can be used to group data sets that contain outliers. Validate cluster results using the Davies Bouldin Index to determine the best number of clusters. Portfolio weighting is determined using the Mean-VaR method by taking into account the expected return value and minimizing the VaR risk value. Stocks are grouped based on Return on Assets, Return on Equity, Debt to Asset Ratio, and Debt to Equity Ratio. The results of cluster formation on the Jakarta Islamic Index stocks obtained six portfolio constituent stocks based on the highest expected return value from each cluster, consisting of PTBA, ADRO, AKRA, EXCL, PTPP, and UNVR. The results of calculating the weight of the optimal portfolio with Mean-VaR obtained a weight for PTBA of 0.46536; AKRA of 0.24018; EXCL of 0.25421; and UNVR of 0.25392. ADRO and PTPP stocks have a negative weight value of -0,07775 and -0,13593 this indicates the occurrence of short selling in the weighting. At the 95% confidence level, the VaR portfolio value is 5.06%.*

Keywords: *Clustering; K-Medoids; Daveis Bouldin Index; Portfolio; Mean-VaR*

1. PENDAHULUAN

Investasi adalah kegiatan penanaman dana saat ini untuk mendapatkan keuntungan di masa depan [1]. Berinvestasi saham di pasar modal adalah salah satu investasi yang dapat dilakukan oleh investor. Pada perdagangan efek pasar modal, Bursa Efek Indonesia (BEI) telah menerbitkan berbagai macam indeks saham. Salah satunya yaitu *Jakarta Islamic Index* (JII) yang merupakan indeks dari 30 saham syariah dengan kinerja keuangan yang baik dan likuiditas transaksi yang tinggi [2]. Investor dalam berinvestasi tentunya ingin memperoleh imbal hasil (*return*) yang tinggi dengan risiko sekecil mungkin. Sebagai seorang investor perlu mengetahui kinerja keuangan suatu perusahaan sebelum melakukan investasi. Kinerja keuangan perusahaan dapat dilihat berdasarkan rasio profitabilitas dan rasio solvabilitas.

Permasalahan portofolio adalah bagaimana memilih dan membentuk portofolio saham agar menghasilkan *return* maksimum dengan risiko yang minimum. Pemilihan saham untuk menyusun portofolio dapat dilakukan dengan metode *K-Medoids Clustering*. Metode ini menggunakan medoid sebagai pusat *cluster*, objek yang terpilih sebagai perwakilan dari setiap *cluster* yang disebut sebagai *medoid* [3]. Pada pembentukan *cluster* perlu dilakukan validasi hasil *cluster* yang

digunakan untuk menentukan banyaknya *cluster* optimal. Validasi hasil *cluster* dapat dilakukan dengan menggunakan Davies-Bouldin-Index (DBI). Pada pembentukan portofolio optimal, seorang investor perlu menentukan bobot portofolio untuk menginvestasikan dana pada setiap saham yang tersedia. *Mean-Value at Risk (Mean-VaR)* digunakan dalam proses optimasi terhadap bobot portofolio dengan memperhatikan nilai mean *return* tertentu dan meminimalkan nilai risiko *Value at Risk (VaR)*. Kerugian maksimum dari suatu portofolio aset pada periode waktu tertentu dengan suatu tingkat kepercayaan tertentu disebut sebagai VaR. Kerugian maksimum dari suatu portofolio aset pada periode waktu tertentu dengan suatu tingkat kepercayaan tertentu disebut sebagai VaR [4].

Pada penelitian ini dilakukan pengelompokan saham berdasarkan rasio profitabilitas dan rasio solvabilitas pada saham JII dengan algoritme *K-Medoids Clustering*. Validasi *cluster* optimal dilakukan dengan Davies-Bouldin Index (DBI). Pembentukan portofolio dilakukan dengan memilih satu saham berdasarkan nilai *expected return* tertinggi dari tiap-tiap anggota *cluster*. Pengukuran risiko portofolio yang terbentuk dilakukan berdasarkan metode *Mean-VaR*.

2. KAJIAN PUSTAKA

Investasi didefinisikan sebagai kegiatan dengan memanfaatkan modal atau aset pada masa kini untuk mendapatkan keuntungan di masa depan [5]. Tujuan dalam melakukan investasi yaitu untuk menambah dana atau mendapatkan keuntungan di depan. Bukti kepemilikan seseorang/badan dalam suatu perusahaan disebut dengan saham [6].

Investor dapat menganalisis rasio keuangan suatu perusahaan untuk mengukur apakah perusahaan atau institusi tersebut aman bagi investor untuk berinvestasi dan seberapa potensial investasi tersebut akan menghasilkan keuntungan.

Rasio keuangan merupakan alat analisis keuangan perusahaan untuk menilai kinerja suatu perusahaan berdasarkan perbandingan data keuangan yang terdapat pada pos laporan keuangan. Kinerja keuangan perusahaan dapat dilihat berdasarkan rasio profitabilitas dan rasio solvabilitas. Rasio profitabilitas merupakan rasio yang digunakan untuk mengetahui kemampuan perusahaan dalam menghasilkan laba selama periode tertentu. Rasio solvabilitas merupakan rasio yang digunakan untuk mengukur kemampuan perusahaan untuk membayar seluruh kewajibannya [7].

2.1. *K-Medoids Clustering* untuk Pembentukan Portofolio

Analisis *cluster* digunakan untuk mengelompokkan kumpulan objek menjadi beberapa *cluster* dengan objek di suatu *cluster* memiliki kesamaan yang tinggi, namun memiliki perbedaan yang tinggi dengan objek pada *cluster* lainnya [8]. Analisis *cluster* terdapat dua asumsi yaitu asumsi kecukupan sampel untuk mewakili populasi (*representativeness of the sample*) dan asumsi non multikolinieritas [9].

Metode *K-Medoids Clustering* adalah salah satu metode *clustering* partisi yang mengelompokkan sekumpulan objek menjadi *K cluster*. Setiap *cluster* direpresentasikan oleh objek dalam *cluster* yang terpilih sebagai perwakilan dari setiap *cluster* disebut *medoid* [3]. *Medoid* adalah objek perwakilan dari *cluster* dalam kumpulan data yang jumlah ketidaksamaannya terhadap semua objek dalam *cluster* adalah minimal. *Medoid* memiliki konsep yang mirip dengan *mean* atau *centroid*, tetapi *medoid* dibatasi merupakan anggota *cluster* [10].

Penggunaan *medoid* sebagai pusat *cluster* bertujuan untuk mengurangi sensitivitas partisi yang dihasilkan terhadap pencilon pada suatu kumpulan data [11]. Berikut adalah tahapan perhitungan algoritma *K-Medoids*:

- a. Menentukan pusat *cluster* (*medoid*) sebanyak K .
- b. Mengalokasikan tiap objek ke *cluster* terdekat dengan *euclidian distance* seperti pada persamaan (1).

$$d_{(x_i, x_j)} = \sqrt{\sum_{p=1}^m (x_{ip} - x_{jp})^2} \quad (1)$$

dengan m : banyaknya variabel; x_{ip} : objek ke- i pada variabel ke- p ; x_{jp} : objek ke- j pada variabel ke- p , $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n, n$ adalah banyaknya data pada tiap-tiap variabel.

- c. Memilih objek secara acak pada tiap-tiap *cluster* sebagai kandidat *medoid* baru.
- d. Menghitung jarak setiap objek pada tiap-tiap *cluster* dengan kandidat *medoid* baru.
- e. Menghitung nilai simpangan (S) yaitu selisih antara total jarak baru dengan total jarak lama. Apabila $S < 0$, menukar objek dengan data *cluster* sebagai K objek baru (*medoid*).
- f. Mengulangi langkah a-f hingga tidak ada perubahan *medoid* maka diperoleh *cluster* beserta anggota *cluster*.

Davies-Bouldin Index (DBI) digunakan untuk mengevaluasi hasil *clustering* dalam menentukan jumlah *cluster* optimal. Pengujian DBI bertujuan untuk meminimumkan jarak antar objek dalam sebuah *cluster* sekaligus memaksimumkan jarak antara *cluster* satu dengan *cluster* yang lain [12]. Hasil *cluster* semakin optimal ketika nilai DBI semakin rendah [13]. Nilai DBI dihitung dengan tahapan sebagai berikut [14]:

1. Menghitung S yaitu jarak *intra-cluster* atau jarak antara objek ke *medoid*.

$$S_i = \left[\frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} d^2(x_j, c_i) \right]^{1/2}, \quad d^2(x_j, c_i) = (d(x_j, c_i))^2 \quad (2)$$

dengan m_i : banyaknya objek dalam *cluster* ke- i ; x_j : objek *cluster* ke- j ; c_i : *medoid cluster* ke- i ; $d(x_j, c_i)$: jarak tiap objek ke *medoid*

2. Menghitung d merupakan jarak *inter-cluster* atau jarak antar *cluster* satu dengan *cluster* lainnya.

$$d_{i,j} = d(c_i, c_j) \quad (3)$$

dengan $d(c_i, c_j)$: jarak antar *medoid*

3. Menghitung nilai rasio *cluster* ke- i dengan *cluster* ke- j .

$$R_{i,j} = \frac{S_i + S_j}{d_{i,j}} \quad (4)$$

dengan $R_{i,j}$: rasio antar *cluster*

4. Menghitung nilai DBI.

$$DBI = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \max_{i \neq j} (R_{i,j}) \quad (5)$$

dengan K : banyaknya *cluster*; \max : rasio antar *cluster* terbesar; $R_{i,j}$: rasio antar *cluster*.

2.2. Pengukuran Risiko dengan *Mean-Value at Risk*.

Return diartikan sebagai tingkat pengembalian atau hasil yang didapatkan dari kegiatan investasi [15]. Perhitungan nilai *return* dapat dilakukan menggunakan persamaan *continuously compound return* pada persamaan (6) [16].

$$R_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} \quad (6)$$

dengan R_t : *return* pada waktu ke- t ; P_t : harga saham periode sekarang (periode ke- t); P_{t-1} : harga saham periode sebelumnya (periode ke- $t - 1$)

Risiko pada sektor keuangan, dikaitkan dengan volatilitas/penyimpangan dari keuntungan yang diharapkan dengan hasil investasi yang diterima [17]. Biasanya, standar deviasi dari *return* saham digunakan untuk menghitung risiko saham. Standar deviasi adalah akar dari variansi. Variansi dihitung dengan persamaan (7).

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{t=1}^N (R_t - \bar{R}_t)^2}{N - 1} \quad (7)$$

dengan σ^2 : variansi; R_t : *return* saham pada waktu ke- t ; \bar{R}_t : *mean return* saham pada waktu ke- t ; N : banyaknya pengamatan.

Portofolio merupakan gabungan beberapa saham yang dipilih oleh investor sebagai sasaran investasi dalam suatu ketentuan tertentu dengan periode waktu tertentu, seperti menentukan proporsi pendistribusian dana yang akan dialokasikan [15]. *Return* portofolio ditulis dengan persamaan (8).

$$R_p = w_1R_1 + w_2R_2 + \dots + w_nR_n = \sum_{i=1}^n w_iR_i \quad (8)$$

dengan R_p : *return* portofolio; w_i : bobot saham ke- i ; R_i : *return* saham ke- i ; n : banyaknya saham; dan $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

Berikut merupakan persamaan *expected return* portofolio. Nilai *expected return* portofolio dihitung berdasarkan nilai *expected* dari *return* saham:

$$E(R_p) = w_1E(R_1) + w_2E(R_2) + \dots + w_nE(R_n) = \sum_{i=1}^n w_iE(R_i) \quad (9)$$

dengan $E(R_p)$: nilai *expected return* portofolio; w_i : bobot saham ke- i ; $E(R_i)$: nilai *expected return* saham ke- i .

Variansi dari *return* saham pembentuk portofolio disebut sebagai risiko porofolio. Persamaan (10) merupakan persamaan rumus variansi *return* portofolio.

$$Var(R_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2\sigma_i^2 + 2 \sum_{i,j=1, i \neq j}^n w_iw_jCov(R_i, R_j) \quad (10)$$

dengan σ_p^2 : variansi *return* portofolio; σ_i^2 : variansi *return* saham ke- i ; $Cov(R_i, R_j)$: kovarian antara *return* saham ke- i dan ke- j .

Pengujian normalitas multivariat digunakan untuk mendeteksi apakah sebaran data pada sekumpulan data berdistribusi normal multivariat. Tahapan uji Kolmogorov-Smirnov sebagai pengujian normalitas multivariat:

a. Hipotesis

H_0 : Data berdistribusi normal multivariat

H_1 : Data tidak berdistribusi normal multivariat

b. Taraf Signifikansi: α

c. Statistik Uji

$$D = \sup |S(d_t^2) - F_0(d_t^2)|$$

dengan $S(d_t^2)$ adalah proporsi jarak mahalnobis yang lebih kecil atau sama dengan d_t^2 ; $d_t^2 = (\mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}})^T \mathbf{S}^{-1}(\mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}})$, $t = 1, 2, \dots, N$; dan $F_0(d_t^2)$ adalah fungsi distribusi kumulatif dari distribusi Chi-kuadrat derajat bebas p .

d. Kriteria Uji

Tolak H_0 jika $D > D_\alpha^*$ atau $p\text{-value} \leq \alpha$, dengan D_α^* yaitu nilai yang didapatkan berdasarkan tabel Kolmogorov-Smirnov.

Value at Risk (VaR) portofolio merupakan kerugian terbesar dari suatu portofolio aset pada suatu tingkat kepercayaan tertentu dengan periode waktu tertentu [15]. Perhitungan VaR portofolio dilakukan dengan metode varian-kovarian dengan asumsi *return* saham atau portofolio berdistribusi normal. Perhitungan VaR portofolio menggunakan metode Varian-Kovarian dihitung dengan persamaan:

$$VaR_p = Z_\alpha \sigma_p - \mu_p \tag{11}$$

dengan Z_α : nilai Z pada distribusi normal dengan tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)\%$; σ_p : standar deviasi *return* portofolio; μ_p : *expected return* portofolio.

Metode *Mean-Value at Risk* (*Mean-VaR*) merupakan pengembangan dari model Makrowitz dengan *Mean-Variance* menjadi *Mean-VaR* untuk membentuk portofolio optimal dengan risiko yang diukur dengan VaR. *Mean-VaR* digunakan dalam proses optimasi dengan meminimalkan nilai risiko VaR. Pada pembentukan portofolio, investor perlu menentukan proporsi atau bobot portofolio untuk mengalokasikan dana yang dimiliki pada berbagai saham yang tersedia. Penentuan bobot portofolio dilakukan dengan metode *Mean-VaR* dengan memperhatikan nilai *mean return* tertentu dan meminimalkan nilai risiko VaR [4].

Misalkan w_i merupakan bobot/proporsi dana yang akan diinvestasikan pada saham ke- i , diasumsikan semua dana akan dialokasikan sebesar 100%. Dengan \mathbf{w}^T adalah vektor bobot dari saham $\mathbf{w}^T = [w_1, w_2, \dots, w_n]$ dan \mathbf{e} adalah vektor dengan entri 1, maka asumsi tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n w_i = \mathbf{w}^T \mathbf{e} = 1$$

Berdasarkan asumsi tersebut, dengan $\mu_p = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\mu}$ dan $\sigma_p^2 = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w}$ maka VaR portofolio ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} VaR_p &= Z_\alpha \sigma_p - \mu_p \\ &= Z_\alpha (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2} - \mathbf{w}^T \boldsymbol{\mu} \end{aligned} \tag{12}$$

Portofolio yang efisien dapat diperoleh dengan memaksimalkan:

$$2\tau\mu_p - VaR_p, \tau \geq 0$$

dengan τ adalah toleransi risiko (tingkat risiko yang bersedia diambil oleh investor).

Menurut [18] portofolio p^* atau *Mean-VaR* dikatakan efisien jika tidak ada portofolio p dengan $\mu_p \geq \mu_{p^*}$ dan $VaR_p < VaR_{p^*}$. Dengan demikian, jika risiko suatu portofolio investasi diukur dengan VaR, maka berdasarkan teori portofolio Markowitz, permasalahan optimasi portofolio diselesaikan dengan persoalan optimasi berikut:

$$\max\{2\tau\mu_p - VaR_p\}$$

dengan $\mu_p = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\mu}$ dan $VaR_p = Z_\alpha (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w})^{1/2} - \mathbf{w}^T \boldsymbol{\mu}$ maka ditulis menjadi:

$$\max\{(2\tau + 1)\mathbf{w}^T\boldsymbol{\mu} - Z_\alpha(\mathbf{w}^T\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{w})^{\frac{1}{2}}\} \quad (13)$$

dengan kendala $\mathbf{w}^T\mathbf{e} = 1$

Permasalahan tersebut merupakan masalah optimasi dengan kendala maka digunakan fungsi Lagrange untuk menentukan bobot portofolio optimal dengan persamaan berikut:

$$L(\mathbf{w}, \lambda) = (2\tau + 1)\mathbf{w}^T\boldsymbol{\mu} - Z_\alpha(\mathbf{w}^T\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{w})^{\frac{1}{2}} + \lambda(\mathbf{w}^T\mathbf{e} - 1) \quad (14)$$

dengan λ adalah pengali Lagrange, sehingga dengan fungsi Lagrange tersebut, nilai bobot portofolio dihitung dengan persamaan (15).

$$\mathbf{w} = \frac{(2\tau + 1)\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\mu} + \lambda\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{e}}{(2\tau + 1)\mathbf{e}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\mu} + \lambda\mathbf{e}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{e}} \quad (15)$$

\mathbf{w} adalah bobot portofolio dengan $\tau \geq 0$, dengan λ (pengali Lagrange) diperoleh menggunakan persamaan rumus ABC yaitu,

$$\lambda = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (16)$$

dengan:

$$\begin{aligned} A &= \mathbf{e}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{e} \\ B &= (2\tau + 1)(\boldsymbol{\mu}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{e} + \mathbf{e}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\mu}) \\ C &= (2\tau + 1)^2\boldsymbol{\mu}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\mu} - Z_\alpha^2 \end{aligned} \quad (16)$$

dengan \mathbf{e} adalah vektor kolom dengan entri 1, $\boldsymbol{\Sigma}$ adalah matriks varian-kovarian, $\boldsymbol{\Sigma}^{-1}$ adalah invers dari matriks varian-kovarian, $\boldsymbol{\mu}$ adalah *expected return* saham, dan τ adalah nilai toleransi risiko dari investor.

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang diambil dari *website* Bursa Efek Indonesia (idx.co.id) dan situs penyedia data historis (finance.yahoo.com). Data yang diambil yaitu data laporan keuangan tahunan 2021 pada saham yang terdaftar pada Jakarta *Islamic Index* (JII) periode Agustus 2021 – November 2021 serta data *closing price* saham mingguan dari Januari 2021 – April 2022. Variabel penelitian yang digunakan untuk pembentukan *cluster* yaitu rasio keuangan berupa rasio profitabilitas (*Return on Asset* (ROA) dan *Return on Equity* (ROE)) dan rasio solvabilitas (*Debt to Asset Ratio* (DAR) dan *Debt to Equity Ratio* (DER)) yang diolah berdasarkan parameter-parameter pada laporan keuangan saham Jakarta *Islamic Index* (JII) tahunan 2021. Pada pembentukan portofolio menggunakan data *return* masing-masing saham Jakarta *Islamic Index* (JII) dari Januari 2021 – April 2022.

Pengolahan data dilakukan dengan bantuan *software* R dan *Ms. Excel*. Berikut merupakan tahapan-tahapan dalam penelitian yang dilakukan:

1. Mempersiapkan data ROA, ROE, DAR dan DER yang diolah berdasarkan parameter-parameter berdasarkan data laporan keuangan tahunan 2021.
2. Melakukan pengujian asumsi non multikolinieritas.
3. Melakukan pembentukan *cluster* dengan *K-Medoids Clustering*.
4. Melakukan validasi dengan menggunakan *Davies-Bouldin Index* pada *cluster* yang terbentuk untuk menentukan *cluster* terbaik.
5. Menghitung *return* saham dari tiap-tiap *cluster*.

6. Memilih satu saham dari masing-masing *cluster* berdasarkan nilai *expected return* tertinggi untuk dibentuk sebuah portofolio.
7. Melakukan pengujian asumsi normalitas multivariat terhadap *return* saham pada portofolio.
8. Menghitung nilai *expected return*, varian dan kovarian *return* saham pada portofolio.
9. Menentukan bobot portofolio dengan optimasi *Mean-VaR*.
10. Mengukur nilai VaR portofolio menggunakan metode Varian-Kovarian.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Proses *clustering* menggunakan algoritma *K-Medoids* dilakukan pada data variabel ROA, ROE, DAR, dan DER berdasarkan parameter-parameter berdasarkan data laporan keuangan tahunan 2021 pada saham JII periode Agustus 2021 – November 2021. Pada analisis *cluster* terdapat asumsi yang harus diuji yaitu:

1. Asumsi Kecukupan Sampel untuk Mewakili Populasi
 Pada penelitian ini, asumsi kecukupan sampel untuk mewakili populasi dengan pengujian KMO tidak dilakukan karena data yang digunakan sudah merupakan data populasi yaitu data saham-saham yang terdaftar pada JII yaitu sebanyak 30 saham.
2. Asumsi Non Multikolinieritas
 Multikolinieritas pada data dapat diketahui dengan menganalisis nilai VIF (*Variance Inflation Factor*) pada tiap-tiap variabel. Asumsi non multikolinieritas terpenuhi apabila nilai VIF < 10. Nilai VIF tiap variabel disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai VIF

Variabel	VIF
ROA	5,9488
ROE	6,0314
DAR	2,9753
DER	3,4447

Tabel 1 menunjukkan bahwa nilai VIF variabel ROA, ROE, DAR, dan DER kurang dari 10 maka dapat diartikan bahwa tidak terjadi multikolinieritas antar variabel atau asumsi non multikolinieritas terpenuhi. Proses pengelompokan saham Jakarta *Islamic Index* (JII) dengan *K-Medoids Clustering* menggunakan bantuan *software* R dengan $K = 3, 4, 5, 6, 7, 8$. Nilai DBI (*Davies-Bouldin Index*) terkecil digunakan sebagai acuan dalam menentukan banyaknya *cluster* terbaik. Hasil perhitungan nilai DBI pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai DBI

K	DBI
3	0,7421613
4	0,7774567
5	0,7964705
6	0,4652356
7	0,4699349
8	0,6038833

Tabel 2 menunjukkan bahwa nilai DBI terkecil terdapat pada banyaknya *cluster* (K) adalah 6, maka banyaknya *cluster* terbaik dari *K-Medoids Clustering* yang dapat dibentuk yaitu sebanyak 6 *cluster*. Tabel 3 menunjukkan hasil *clustering* dengan 6 *cluster* beserta anggota *cluster*. Pada Tabel 3 diketahui bahwa *cluster* 1 memiliki jumlah anggota sebanyak 8 saham yaitu saham ACES, CPIN, INCO, INTP, KLBF, MIKA, MNCN, dan PTBA. *Cluster* 2 memiliki jumlah anggota sebanyak 11 saham yaitu saham ADRO, ANTM, ERAA, INKP, MDKA, PWON, SMGR, TKIM, TLKM, TPIA, dan UNTR. *Cluster* 3 memiliki jumlah anggota sebanyak 5 anggota saham yaitu saham AKRA, ICBP, INDF, JPFA, dan PGAS. *Cluster* 4 memiliki jumlah anggota sebanyak 3 saham yaitu saham BRIS, BRPT, dan EXCL. *Cluster* 5 memiliki jumlah anggota sebanyak 2 saham yaitu saham PTPP dan WIKA sedangkan *cluster* 6 memiliki jumlah anggota sebanyak 1 saham yaitu saham UNVR. Tabel 4 menunjukkan nilai rata-rata variabel dari masing-masing *cluster*.

Tabel 3. Anggota *Cluster*

<i>Cluster</i>	Anggota
1	ACES, CPIN, INCO, INTP, KLBF, MIKA, MNCN, PTBA
2	ADRO, ANTM, ERAA, INKP, MDKA, PWON, SMGR, TKIM, TLKM, TPIA, UNTR
3	AKRA, ICBP, INDF, JPFA, PGAS
4	BRIS, BRPT, EXCL
5	PTPP, WIKA
6	UNVR

Tabel 4. Nilai Rata-Rata Variabel Tiap *Cluster*

<i>Cluster</i>	ROA	ROE	DAR	DER
1	0,121	0,163	0,210	0,282
2	0,065	0,121	0,414	0,767
3	0,051	0,150	0,535	1,607
4	0,014	0,083	0,498	2,647
5	0,003	0,017	0,745	3,891
6	0,302	1,333	0,773	3,413

Tabel 4 menunjukkan bahwa *cluster* 1 memiliki nilai rata-rata DAR dan DER terendah dibandingkan *cluster* lainnya. Jika dibandingkan *cluster* lainnya, *cluster* 5 memiliki nilai rata-rata ROA dan ROE yang terendah serta nilai rata-rata DER yang tertinggi. *Cluster* 6 memiliki nilai rata-rata ROA, ROE dan DAR tertinggi dibandingkan *cluster* lainnya.

Setelah proses *clustering* yang dilakukan dapat diketahui bahwa jumlah *cluster* terbaik yaitu sebanyak 6 *cluster* maka akan dibentuk sebuah portofolio yang terdiri dari 6 saham. Penentuan saham-saham penyusun portofolio yaitu dengan memilih satu saham dari masing-masing *cluster* yang terbentuk berdasarkan nilai *expected return* saham tertinggi berdasarkan data *closing price* mingguan saham JII dari Januari 2021 – April 2022.

Tabel 5. Nilai *Expected Return* Tertinggi

<i>Cluster</i>	Saham	<i>Expected Return</i>
1	PTBA	0,00440
2	ADRO	0,01255
3	AKRA	0,00653
4	EXCL	0,00226
5	PTPP	-0,01152
6	UNVR	-0,00892

Tabel 5 menunjukkan bahwa *expected return* saham PTBA, ADRO, AKRA, dan EXCL bernilai positif sedangkan *expected return* saham PTPP dan UNVR bernilai negatif. Pada Tabel 5, dapat diketahui bahwa saham-saham yang terpilih berdasarkan nilai *expected return* tertinggi dari masing-masing *cluster* adalah saham PTBA, ADRO, AKRA, EXCL, PTPP, dan UNVR. Enam saham tersebut menjadi saham penyusun portofolio efisien yang selanjutnya akan dijadikan portofolio optimal menggunakan optimasi *Mean-VaR* dan dihitung risikonya.

Pengujian normalitas multivariat *return* penyusun portofolio dilakukan untuk mendeteksi apakah *return* saham penyusun portofolio berdistribusi normal multivariat. Berdasarkan *output software* R pengujian normalitas multivariat dengan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$, diperoleh nilai *p-value* sebesar 0,08974. Kesimpulan yang diambil adalah *return* saham PTBA, ADRO, AKRA, EXCL, PTPP, dan UNVR penyusun portofolio berdistribusi normal multivariat.

Pada pembentukan portofolio, investor perlu menentukan proporsi atau bobot portofolio untuk mengalokasikan dana yang dimiliki pada berbagai saham yang tersedia. Penentuan bobot portofolio dilakukan dengan metode *Mean-VaR* dapat ditentukan dengan menggunakan proses optimasi dengan fungsi Lagrange pada persamaan (14). Dari saham-saham penyusun portofolio, diperoleh nilai bobot saham PTBA, ADRO, AKRA, EXCL, PTPP, dan UNVR.

Tabel 6. Bobot Saham Penyusun Portofolio

Saham	Bobot Saham
PTBA	0,46536
ADRO	-0,07775
AKRA	0,24018
EXCL	0,25421
PTPP	-0,13593
UNVR	0,25392

Tabel 6 menunjukkan bobot optimal portofolio berdasarkan proses optimasi *Mean-VaR*, diketahui bobot saham ADRO dan PTPP bernilai negatif yaitu sebesar -0,07775 dan -0,13593. Hal ini menunjukkan terjadinya *short selling* dalam pembobotan. *Short selling* merupakan penjualan saham yaitu investor tidak memiliki saham tersebut, investor meminjam saham ke suatu perusahaan dan menjualnya di pasar dengan rencana membeli kembali saham tersebut ketika harganya turun dan mengembalikannya dengan nilai yang lebih rendah. Nilai bobot untuk saham PTBA sebesar 0,46536; saham AKRA sebesar 0,24018; saham EXCL sebesar 0,25421; dan saham UNVR sebesar 0,25392.

Berdasarkan perhitungan nilai VaR portofolio pada tingkat kepercayaan 95% dan periode satu minggu untuk portofolio yang terdiri dari saham PTBA, ADRO, AKRA, EXCL, PTPP, dan UNVR adalah sebesar 5,06%. Hal ini dapat diartikan dalam jangka waktu satu minggu kemungkinan kerugian yang akan ditanggung oleh investor tidak akan melampaui 5,06% dari modal awal investasi.

5. KESIMPULAN

Validasi hasil pembentukan *cluster* berdasarkan nilai Davies-Bouldin *Index* pada saham Jakarta *Islamic Index* (JII) dengan *K-Medoids Clustering* diperoleh banyaknya *cluster* terbaik yaitu 6 *cluster* sehingga diperoleh 6 saham penyusun portofolio berdasarkan nilai *expected return* tertinggi dari masing-masing *cluster* yaitu saham PTBA, ADRO, AKRA, EXCL, PTPP, dan UNVR.

Hasil perhitungan bobot optimal saham penyusun portofolio dengan *Mean-VaR*, diperoleh bobot untuk saham PTBA sebesar 0,46536; saham AKRA sebesar 0,24018; saham EXCL sebesar 0,25421; dan saham UNVR sebesar 0,25392. Nilai bobot saham ADRO dan PTPP bernilai negatif yaitu sebesar -0,07775 dan -0,13593 yang menunjukkan terjadinya *short selling* dalam pembobotan.

Nilai VaR portofolio pada tingkat kepercayaan 95% dan periode satu minggu untuk portofolio yang terdiri dari saham PTBA, ADRO, AKRA, EXCL, PTPP, dan UNVR adalah sebesar 5,06%. Hal ini dapat diartikan dalam jangka waktu satu minggu kemungkinan kerugian yang akan ditanggung oleh investor tidak akan melampaui 5,06% dari modal awal investasi.

ACKNOWLEDGEMENTS

Penelitian ini diibayai oleh Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro Sesuai dengan Surat Penugasan Pelaksanaan Penelitian Sumber Dana Selain APBN Tahun Anggaran 2023 Nomor: 23.A/UN7.F8/PP/II/2023 Tanggal Satu Bulan Februari Tahun 2023.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] I.M. Andiyana, Manajemen Investasi dan Portofolio. Jakarta: Lembaga Penerbitan Universitas Nasional. 2020.
- [2] BEI, Indeks Saham, 2022. <https://www.idx.co.id/produk/indeks/>. (accessed September 28, 2022).
- [3] L. Gubu, D. Rosadi, dan A. Abdurakhman, "Pembentukan Portofolio Saham Menggunakan Klastering *Time Series K-Medoid* dengan Ukuran Jarak *Dynamic Time Warping*", Jurnal Aplikasi Statistika & Komputasi Statistik, vol. 13, no. 2, pp. 35-46, 2021.
- [4] C. A. Chairunnisa, H. Yozza, dan D. Devianto, "Pengukuran Nilai Risiko Portofolio Berdasarkan Mean-VaR", Jurnal Matematika UNAND, vol. 7, no. 4, pp. 24-32, 2018.
- [5] F. P. P. Abi, Semakin Dekat Dengan Pasar Modal Indonesia. Yogyakarta: Deepublish Publisher, 2016.
- [6] A. P. Harahap dan D. Saraswati, Bank dan Lembaga Keuangan Lainnya. Surabaya: CV. Jakad Media Publishing, 2020.
- [7] T. R. Mayes dan T. M. Shank, Financial Analysis. South Western: Thomson.
- [8] S. Santoso, Statistik Multivariat. Jakarta: PT Alex Media Komputindo, 2010.
- [9] J. F. Hair, W. C. Black, B. J. Babin, dan R. E. Anderson, Multivariate Data Analysis Seventh Edition. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2010.

- [10] A. Struyf, M. Hubert, P. Rousseeuw, "Clustering in an Object-Oriented Environment", *Journal of Statistical Software*, vol. 1, no. 4, pp. 1–30, 1997.
- [11] C. Vercellis, *Business Intelligence: Data Mining and Optimization for Decision Making*. Italy: Wiley, 2009.
- [12] A. Badruttamam, S. Sudarno, dan D. A. I. Maruddani, "Penerapan Analisis Kluster *K-Modes* dengan Validasi Davies Bouldin *Index* dalam Menentukan Karakteristik Kanal Youtube di Indonesia", *Jurnal Gaussian*, vol. 9, no. 3, pp. 263-272, 2020.
- [13] D. A. I. C. Dewi dan D. A. K. Pramita, "Analisis Perbandingan Metode Elbow dan Sillhoutte pada Algoritma *Clustering K-Medoids* dalam Pengelompokan Produksi Kerajinan Bali", *Jurnal Matrix*, vol. 9, no. 3, pp. 102-109, 2019.
- [14] M. N. Hilmi, Y. Wilandari, H. dan Yasin, "Pemetaan Referensi Mahasiswa Baru dalam Memilih Jurusan Menggunakan *Artificial Neural Network (ANN)* dengan Algoritma *Self Organizing Maps (SOM)*", *Jurnal Gaussian*, vol. 4, no. 1, pp. 53-60, 2015.
- [15] D. A. I. Maruddani, *Value at Risk* Untuk Pengukuran Risiko Investasi Saham: Aplikasi dengan Program R. Ponorogo: Wade Group, 2019.
- [16] R. S. Tsay, *Analysis of Financial Time Series*. Canada: John Wiley and Sons, Inc., 2005.
- [17] D. A.I. Maruddani, dan A. Purbowati, "Pengukuran *Value at Risk* pada Aset Tunggal dan Portofolio dengan Simulasi Monte Carlo", *Media Statistika* Vol. 2, No. 2, 93-104. 2009.
- [18] Sukono, P. Sidi, A. Talib, dan S. Supian, "Modeling of Mean-VaR Portofolio Optimization by Risk Tolerance When the Utility Function is Quadratic". *Statistics and Applications. AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing: 30 Maret 2017. 2017.