

Valuasi *One Period Coupon Bond* dengan Aset Mengikuti Model *Geometric Brownian Motion with Jump Diffusion*

Meiliawati Aniska¹, Di Asih I Maruddani², dan Suparti³
^{1,2,3} Departemen Statistika, Universitas Diponegoro

maruddani@live.undip.ac.id

Abstract. One period coupon bond gives coupon once a bond life together with the principal debt. If the firm's asset value on maturity date is insufficient to meet the debtholder's claim, then the firm is stated as default. The well-known model for predicting default probability is KMV-Merton model. Under this model, it is assumed that the return on the firm's assets is distributed normally and their behaviour can be described with the Geometric Brownian Motion (GBM) formula. In practice, most of the financial data tend to have heavy-tailed distribution. It indicates that the data contain some extreme values. GBM with Jump is a popular model to capture the extreme values. In this paper, we evaluate a corporate bond which has some extreme condition in their asset value and predicts the default probability in the maturity date. Empirical studies were carried out on bond that is issued by CIMB Niaga Bank that has a payment due in November 2020. The result shows that modelling the asset value is more appropriate by using GBM with Jump rather than GBM modelling. Estimation to CIMB Niaga Bank equity in November 2020 is IDR 246,533,573,844,229.00. The liability of this company is IDR 4,205,751,155,771.00. The prediction of CIMB Niaga Bank default probability is 1.065812×10^{-8} at the bond maturity. It indicates that the company is considered capable of fulfilling the obligations at the maturity date.

Keywords: jump diffusion, extreme value, probability default, equity, liability

1. Pendahuluan

Sektor finansial merupakan salah satu sektor yang paling banyak diminati dalam berinvestasi. Investasi dalam sektor finansial dapat berupa investasi terhadap surat-surat berharga. Salah satu bentuk instrumen investasi finansial tersebut adalah investasi pada obligasi. Obligasi merupakan surat hutang jangka menengah-panjang yang dapat dipindah tangankan, yang berisi janji dari pihak yang menerbitkan untuk membayar imbalan berupa bunga pada periode tertentu dan melunasi pokok hutang pada waktu yang telah ditentukan kepada pihak pembeli obligasi tersebut. *One period coupon bond* adalah jenis obligasi yang memberikan keuntungan (kupon) sebanyak satu kali yang dibayarkan bersamaan dengan nilai pokok obligasi pada saat jatuh tempo.

Risiko yang berpotensi menyebabkan kerugian dapat juga terjadi disamping keuntungan yang diperoleh. Salah satu risiko yang terdapat ketika berinvestasi pada obligasi adalah risiko kredit. Risiko kredit terjadi apabila pada saat jatuh tempo perusahaan penerbit obligasi tidak mampu membayar kewajibannya, yaitu membayar kupon dan pokok obligasi sehingga dinyatakan bangkrut [1].

Ada tiga ukuran risiko kredit perusahaan dalam rangka valuasi perusahaan, yaitu nilai modal atau ekuitas (*equity*), nilai hutang atau liabilitas (*liability*), dan probabilitas kebangkrutan (*probability of default*) [2]. Untuk memperhitungkan risiko kebangkrutan tersebut dapat digunakan valuasi terhadap aset obligasi. Metode yang sering digunakan untuk melakukan valuasi terhadap obligasi adalah dengan metode Merton yang asetnya mengikuti model *Geometric Brownian Motion* (GBM). GBM digunakan untuk memprediksi pergerakan harga aset dalam periode jangka pendek [3]. Trimono dkk. [4] meneliti tentang model GBM untuk mengukur risiko data saham.

Beberapa penelitian terdahulu menunjukkan bahwa pergerakan data-data keuangan terindikasi mengandung data ekstrem yang dikenali dengan keberadaan lompatan (*jump*) ataupun *excess kurtosis*. Pemodelan dengan metode yang dapat digunakan untuk melihat efek *jump* tersebut [5]. Oleh karena itu model GBM kemudian dikembangkan menjadi *Geometric Brownian Motion* dengan *Jump Diffusion* (GBM *Jump*). Pemodelan data saham pada PT Aneka Tambang Tbk dengan GBM *Jump* memberikan akurasi prediksi harga saham yang sangat baik [6]. Pengukuran risiko dengan memperhatikan keberadaan data ekstrem pada data saham PT Astra Argo Lestari Tbk dengan GBM *Jump* juga menghasilkan ukuran risiko yang akurat [7].

Valuasi obligasi dengan data aset perusahaan sebagai *underlying asset* ditemukan juga bahwa pengaruh *skewness* dan *kurtosis* merupakan faktor penting dalam valuasi obligasi [8]. Model Gram-Charlier dengan momen ketiga dan keempat menghasilkan ukuran risiko yang lebih baik [9]. Secara umum efek nilai ekstrem yang ditambahkan pada pemodelan memberikan valuasi obligasi yang lebih baik [10].

PT Bank CIMB Niaga Tbk atau yang lebih dikenal dengan Bank CIMB Niaga merupakan salah satu bank terbesar yang berdiri di Indonesia. Penelitian ini bertujuan melakukan valuasi pada obligasi yang dikeluarkan oleh Bank CIMB Niaga dan menentukan peluang kebangkrutan perusahaan tersebut pada saat obligasi jatuh tempo. *Underlying assets* bulanan PT Bank CIMB Niaga Tbk pada periode Januari 2012 hingga Desember 2016 terindikasi mengandung data ekstrem, sehingga GBM *Jump* merupakan metode yang tepat untuk diterapkan dalam kasus ini.

2. Kerangka Teoritis

2.1. *Geometric Brownian Motion* (GBM). Prediksi data berdasarkan GBM didasarkan pada asumsi bahwa data berdistribusi normal [11] dengan model sebagai berikut

$$\hat{V}_{t_i} = \hat{V}_{t_{i-1}} \exp \left(\left(\left(\hat{\mu} - \frac{1}{2} \hat{\sigma}^2 \right) (t_i - t_{i-1}) \right) + \left(\hat{\sigma} Z_{i-1} \sqrt{(t_i - t_{i-1})} \right) \right) \quad (1)$$

dengan

$\hat{V}(t_i)$: nilai estimasi total aset pada waktu ke- t_i

$\hat{V}(t_{i-1})$: nilai estimasi total aset pada waktu ke- t_{i-1}

$\hat{\mu}$: nilai ekspektasi *return* aset

$\hat{\sigma}$: volatilitas aset

Z_{i-1} : data bangkitan berdistribusi normal baku

2.2. Jump Diffusion. *Jump Diffusion* merupakan fungsi eksponensial proses Lèvy dengan model [12]:

$$S_t = S_0 e^{L_t}$$

dengan total aset $\{S_t; 0 \leq t \leq T\}$ dimodelkan sebagai fungsi eksponensial dari proses Lèvy $\{L_t; 0 \leq t \leq T\}$. Proses Lèvy merupakan gerak Brown dengan *drift* (proses difusi kontinu) ditambah dengan proses Poisson (proses *jump* diskontinu) sehingga [13]:

$$L_t = \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2} - \lambda k \right) t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{Q_i} Y_i$$

dengan

$\{W_t; 0 \leq t \leq T\}$: gerak Brown Standar

$L_t = \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2} - \lambda k \right) t + \sigma B_t$: gerak Brown dengan *drift*

$\sum_{i=1}^{Q_i} Y_i$: proses Poisson dengan *jump*.

μ dan σ : rata-rata dan standar deviasi pada model GBM

λ : intensitas.

2.3. Geometric Brownian Motion with Jump Diffusion (GBM Jump). GBM *Jump* diberikan oleh persamaan [10]:

$$V(t) = \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 - \lambda k \right) t + \sigma W(t) + \sum_{i=1}^{Q_t} Y_i$$

Persamaan diferensial stokastik pada GBM *Jump* mengikuti persamaan

$$\frac{dV(t)}{dt} = (\mu - \lambda k) dt + \sigma dW(t) + (y_t - 1) dQ(t)$$

dengan μ adalah rata-rata *ln return* aset, σ adalah volatilitas atau standar deviasi dari *ln return* aset, $W(t)$ merupakan gerak Brown, $Q(t)$ adalah proses Poisson dengan intensitas λ [14].

Penyelesaian *GBM Jump* dapat diperoleh dengan Teorema *Itô* [15]. Apabila terdapat fungsi $G = G(V, t)$, $V = V_T - V_t$, maka berdasarkan Teorema *Itô* fungsi tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial V} \mu V + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial V^2} \sigma^2 V^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial V} \sigma V dW(t) + G(V(t + \Delta V t) - G(V(t))) \quad (2)$$

Misal fungsi $G = \ln V$, dengan $\frac{\partial G}{\partial V} = \frac{1}{V}$, $\frac{\partial^2 G}{\partial V^2} = -\frac{1}{V^2}$ dan $\frac{\partial G}{\partial t} = 0$, maka dari persamaan (2)

diperoleh

$$dG = \left(\frac{1}{V} (\mu - \lambda k) V + 0 + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{V^2} \right) \sigma^2 V^2 \right) dt + \frac{1}{V} \sigma V dW(t) + G(V(t + \Delta V t) - G(V(t))) = \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 - \lambda k \right) dt + \sigma dW(t) + (\ln y_i) \quad (3)$$

maka diperoleh model akhir total aset perusahaan GBM dengan *Jump* sebagai berikut

$$\hat{V}_{t_i} = \hat{V}_{t_{i-1}} \exp \left(\left(\left(\hat{\mu} - \frac{1}{2} \hat{\sigma}^2 - \hat{\lambda} \right) (t_i - t_{i-1}) \right) + \left(\hat{\sigma} Z_{i-1} \sqrt{(t_i - t_{i-1})} \right) + N_i \right) \quad (4)$$

dengan :

$\hat{V}(t_i)$: nilai estimasi total aset pada waktu ke t_i

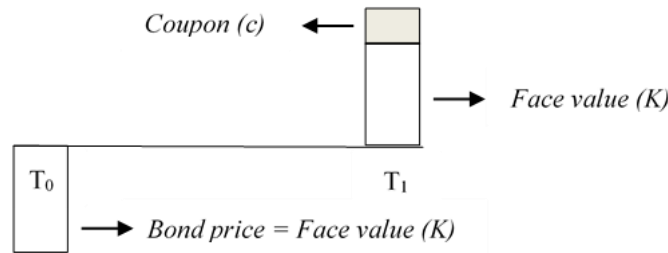
-
- $\hat{V}(t_{i-1})$: nilai estimasi total aset pada waktu ke $t_{(i-1)}$
- $\hat{\mu}$: nilai ekspektasi *return* aset
- $\hat{\sigma}$: volatilitas aset
- Z_{i-1} : data bangkitan berdistribusi normal baku
- $\hat{\lambda}$: intensitas *jump*
- N_i : data bangkitan berdistribusi normal ke- i .

2.4. Peak Over Threshold (POT). *Peak Over Threshold* (POT) merupakan sebuah metode yang digunakan untuk mengidentifikasi data yang mengandung nilai ekstrem atau *jump*. Banyaknya *jump* yaitu 10% dari data. Nilai ambang yang disebut dengan *threshold* ditentukan dari banyaknya *jump* +1. Data yang mengandung *jump* dipilih berdasarkan pada data yang berada di atas nilai ambang batas atas *threshold*, dan yang berada di bawah nilai ambang batas bawah *threshold* [5].

2.5. Ekuitas. Ekuitas adalah sisa atas total aktiva perusahaan yang telah dikurangi dengan semua kewajiban dalam neraca. Ekuitas akan berkurang karena adanya penarikan aset kembali oleh pemilik, pembagian keuntungan, atau karena kerugian. Jika dimisalkan suatu perusahaan dengan nilai total aset V_t , dengan kewajiban membayar hutang (*face value*) sebesar K , pergerakan nilai total aset mengikuti *GBM*, suku bunga bebas risiko dinotasikan dengan r , besar kupon obligasi adalah c dan waktu jatuh tempo obligasi adalah T , maka pada saat jatuh tempo terdapat dua kemungkinan keadaan, yaitu :

1. Jika nilai aset lebih dari atau sama dengan pokok hutang ditambah kupon ($K + c = K_1$) yaitu $V_t \geq K_1$, maka penerbit obligasi akan membayar kepada investor sebesar K_1 , sedangkan penerbit obligasi memiliki modal atau ekuitas sebesar $V_t - K_1$.
2. Jika nilai aset kurang dari pokok hutang ditambah kupon yaitu $V_t < K_1$, maka penerbit obligasi memiliki modal atau ekuitas sebesar 0 artinya penerbit obligasi bangkrut.

Gambaran keadaan untuk satu kali periode pembayaran kupon ditunjukkan dalam Gambar 1, sedangkan nilai keuntungan (*payoff*) pada saat jatuh tempo dapat diberikan pada Tabel 1.



Gambar 1. Arus Kas Satu Kali Periode Pembayaran Kupon

Tabel 1. *Payoff* atau Ekuitas saat Jatuh Tempo

Keadaan	Aset	Obligasi	Ekuitas
Tidak Bangkrut	$V_t \geq K_1$	K_1	$V_t - K_1$
Bangkrut	$V_t < K_1$	V_t	0

Jika nilai ekuitas dengan nilai utang (*face value*) K mengikuti model Merton dengan GBM *Jump* dan diasumsikan bahwa *jump* berdistribusi lognormal maka nilai ekuitas untuk model GBM *Jump* adalah

$$\xi(V_T, \tau) = \sum_{i=0}^{\infty} \left[\frac{e^{-\bar{\lambda}\tau} (\bar{\lambda}\tau)^i}{i!} \right] \xi_{BS}(V, \tau = T - t, K_1, \sigma_i^2, r_i) \quad (5)$$

i adalah skenario dimana ke- i terjadi, dengan

$$\bar{\lambda} = \lambda(1 + k)$$

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 + \frac{i}{\tau} \delta^2$$

$$r_i = r - \lambda k + i \frac{\ln(1 + k)}{\tau}$$

dengan δ^2 merupakan variansi dari model GBM *Jump* dan k adalah rata-rata dari ukuran

aset *jump*. $\frac{e^{-\bar{\lambda}\tau} (\bar{\lambda}\tau)^i}{i!}$ merupakan probabilitas Poisson dari total aset *jump* waktu i selama

interval τ . Jika $\lambda = 0$ maka $\xi(V_T, \tau) = \xi_{BS}$, sehingga setiap bentuk penjumlahan adalah

sama dengan 0 kecuali untuk $j=0$ ketika $x_0 = x$ dan $\sigma_0 = \sigma$. ξ_{BS} merupakan nilai ekuitas

Black-Scholes dengan GBM yang mempunyai persamaan

$$\xi_{BS} = V_0 N(d_1) - K_1 e^{-rT} N(d_2)$$

dengan

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{K_1}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{K_1}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

2.6. Liabilitas. Liabilitas adalah utang yang harus dilunasi atau pelayanan yang harus dilakukan di masa yang akan datang pada pihak lain. Liabilitas merupakan kebalikan dari nilai ekuitas yang dimiliki. Berdasarkan struktur modal sederhana aset suatu perusahaan, liabilitas dan ekuitas dapat diperoleh nilai liabilitas (utang) perusahaan sebagai berikut

$$F(V_T, \tau) = V_T - \xi(V_T, \tau) \tag{6}$$

2.7. Probabilitas Kebangkrutan. Probabilitas kebangkrutan adalah peluang dengan nilai total aset perusahaan kurang dari nilai utang (*face value*) K pada saat jatuh tempo. Hal itu menunjukkan bahwa perusahaan tidak mampu membayar utangnya dan perusahaan diambil alih atau mengalami kebangkrutan. Probabilitas kebangkrutan berdasarkan GBM *Jump* pada waktu jatuh tempo dengan satu kali periode pembayaran kupon dirumuskan dengan [16]:

$$\begin{aligned} P_D &= \sum_{i=0}^{\infty} P(Q_t = i) P(\ln V_T < \ln K_1) \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} P(Q_t = i) P\left[\ln V_t + \left(r - \frac{\sigma^2}{2} - \lambda k\right)\tau + \sigma W_t + \ln N_i < \ln K_1\right] \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{e^{-\bar{\lambda}\tau} (\bar{\lambda}\tau)^i}{i!} P\left[\varepsilon < \frac{\ln K_1 - \ln V_t - \left(r - \frac{\sigma^2}{2} - \lambda k\right)\tau - ik}{\sqrt{\tau\sigma^2 + i\delta^2}}\right] \end{aligned}$$

$\varepsilon \sim N(0,1)$ sehingga probabilitas kebangkrutan pada saat jatuh tempo adalah

$$P_D = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{e^{-\bar{\lambda}\tau} (\bar{\lambda}\tau)^i}{i!} N \left[\frac{\ln K_1 - \ln V_t + \left(r - \frac{\sigma^2}{2} - \lambda k \right) \tau - ik}{\sqrt{\tau\sigma^2 + i\delta^2}} \right] \quad (7)$$

3. Hasil dan Pembahasan

Data *in sample* aset perusahaan yang digunakan untuk pemodelan diperoleh dari laporan keuangan PT Bank CIMB Niaga Tbk periode Januari 2012 – Desember 2016 dan data *out sample* yang digunakan untuk melihat ketepatan model merupakan data aset PT Bank CIMB Niaga Tbk periode Januari 2017 – Desember 2018. Data tersebut dapat diakses pada situs www.ojk.go.id. Sedangkan data yang digunakan untuk valuasi obligasi adalah data obligasi berkelanjutan II Bank CIMB Niaga Tahap III tahun 2017 seri B yang diperoleh dari website www.ibpa.co.id. Data aset yang tersedia selanjutnya dihitung nilai *return* berdasarkan *compounding return asset* sebagai dasar pemodelan GBM dan GBM *Jump* [17, 18].

Tabel 2. Data Obligasi PT Bank CIMB Niaga Tbk.

Data	Nilai
Nama Obligasi	Obligasi Berkelanjutan II Bank CIMB Niaga Tahap III tahun 2017 Seri B
Penerbit	PT Bank CIMB Niaga Tbk.
Face Value (K)	Rp. 657.000.000.000,00
Tanggal Penerbitan	02 November 2017
Tanggal Jatuh Tempo	02 November 2020
Jangka Waktu Obligasi	3 Tahun
Rating	AAA
Kupon	7,5% p.a

Data obligasi yang digunakan merupakan data sekunder yang diperoleh dari Lembaga Penilaian Harga Efek di Indonesia yaitu *Indonesian Bond Pricing Agency* (IBPA) yang diakses melalui website www.ibpa.co.id. Obligasi yang dipilih pada penelitian ini adalah obligasi berkelanjutan II Bank CIMB Niaga tahap III tahun 2017 seri B yang ringkasan data obligasinya disajikan pada Tabel 2.

Penghitungan statistik deskriptif bertujuan untuk memperoleh nilai *kurtosis* dan *skewness*. Nilai *kurtosis* dianggap sebagai indikator awal yang dapat menunjukkan

keberadaan *jump*. Apabila nilai *kurtosis* berada di atas 3 maka data tersebut dianggap mengandung *jump* atau nilai ekstrem. Nilai statistik deskriptif disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Statistik Deskriptif Data Ln *Return* Aset

Parameter	Nilai
Rata-rata	0,005814
Varian	0,000372
Nilai terendah	-0,068316
Nilai tertinggi	0,055377
<i>Skewness</i>	-0,610279
<i>Kurtosis</i>	5,797338

Nilai volatilitas merupakan estimasi dari standar deviasi dari ln *return* bulanan aset PT Bank CIMB Niaga Tbk yang digunakan dari bulan Januari 2012 sampai dengan Desember 2016. Diperoleh nilai varian sebesar 0,000372 dengan banyaknya periode dalam satu tahun (m) adalah 12, maka nilai estimasi standar deviasi atau volatilitas dapat diperoleh:

$$\sqrt{m \times s^2} = \sqrt{12 \times 0,000372} = 0,066839$$

Tabel 4. Nilai Kuantil Ambang Batas Atas dan Bawah

Kuantil	Nilai
Kuantil ambang batas bawah	-0,013880
Kuantil ambang batas atas	0,025864

Karena data ln *return* bank CIMB terindikasi adanya *jump*, maka dilakukan perhitungan jumlah *worse case* data dengan *extreme value* menggunakan metode *peak over threshold*. Digunakan $\alpha = 10\%$ untuk menentukan nilai ambang batas bawah dan nilai ambang batas atas. Sebelum menentukan nilai kuantil ambang batas atas dan bawah data ln *return* terlebih dahulu diurutkan dari yang terkecil hingga terbesar, sehingga diperoleh nilai kuantil ambang batas atas dan bawah yang dapat dilihat pada Tabel 4.

Ambang batas bawah memiliki nilai -0,013880. Artinya nilai *return* yang lebih rendah dari -0,013880 merupakan *jump* yang terjadi pada data ln *return* aset. Sebanyak 6 data bernilai negatif merupakan *jump*. Kuantil ambang batas atas merupakan batas atas

nilai data ekstrem atau *jump* yang ditentukan dari nilai \ln *return* aset. Ambang batas memiliki nilai 0,025864. Artinya nilai \ln *return* aset yang lebih tinggi dari 0,025864 merupakan *jump* yang terjadi pada data \ln *return* aset. Sebanyak 6 data bernilai positif merupakan *jump*. Sehingga dari data dilakukan pemotongan 6 data terendah dan 6 data tertinggi.

Parameter dalam model GBM *Jump* meliputi rata-rata \ln *return* (μ), volatilitas \ln *return* (σ), intensitas *jump* (λ), rata-rata *jump* (k), dan standar deviasi *jump* (δ). Diperoleh hasil seperti pada Tabel 5.

Tabel 5. Estimasi Nilai Parameter Model GBM *Jump*

Parameter	Nilai
Rata-rata \ln <i>return</i> (μ)	0,005814
Volatilitas \ln <i>return</i> (σ)	0,066839
Intensitas <i>jump</i> (λ)	0,004698
Rata-rata <i>jump</i> (k)	0,011245
Standar deviasi <i>jump</i> (δ)	0,014007

Nilai estimasi intensitas *jump* (λ) merupakan rata-rata dari data *jump* yaitu sebesar 0,004698, nilai estimasi rata-rata *jump* (k) merupakan nilai rata-rata dari selisih data *jump* yaitu sebesar 0,011245, dan nilai estimasi standar deviasi *jump* (δ) adalah nilai standar deviasi dari selisih data *jump* sebesar 0,014007. Nilai estimasi parameter yang diperoleh kemudian digunakan untuk memodelkan data ke dalam model GBM *Jump* berdasarkan persamaan (4) sebagai berikut

$$\hat{V}_{t_i} = \hat{V}_{t_{i-1}} \exp \left(\left(\left(0,005814 - \frac{(0,066839)^2}{2} - 0,004698 \right) (t_i - t_{i-1}) \right) + \left(0,066839 Z_{i-1} \sqrt{(t_i - t_{i-1})} \right) + N_i \right)$$

dengan

$\hat{V}(t_i)$: nilai estimasi total aset pada waktu ke- t_i

$\hat{V}(t_{i-1})$: nilai estimasi total aset pada waktu ke- t_{i-1}

Z_{i-1} : data bangkitan berdistribusi normal baku ke- $i - 1$

N_i : data bangkitan berdistribusi normal dengan rata-rata = 0,011245 dan variansi = 0,014007.

Nilai prediksi total aset dan nilai aktual aset PT Bank CIMB Niaga disajikan pada Tabel 6. Nilai aktual dan hasil prediksi total aset PT Bank CIMB Niaga Tbk ini selanjutnya akan digunakan untuk menghitung nilai kesalahan prediksi, yang dapat menunjukkan apakah model GBM *Jump* memberikan hasil yang baik jika digunakan untuk memprediksi total aset pada kasus ini.

Perhitungan kesalahan prediksi total aset dilakukan menggunakan nilai MAPE dibandingkan dengan nilai aktual. Nilai MAPE diperoleh sebesar 3,870466 % untuk data *out sample* yaitu untuk prediksi total aset bulan Januari 2017 hingga Desember 2018. Nilai MAPE yang sebesar 3,870466 % tersebut menunjukkan bahwa model GBM *Jump* yang dihasilkan memberikan akurasi peramalan yang sangat baik. Sehingga model GBM *Jump* dapat digunakan untuk valuasi obligasi.

Tabel 6. Nilai Aktual dan Prediksi Total Aset PT Bank CIMB Niaga Tbk.

Periode	Aktual	Prediksi	Periode	Aktual	Prediksi
Januari 2017	234612254	226129508	Februari 2018	261251824	273487409
Februari 2017	235566662	238904710	Maret 2018	255689959	261190936
Maret 2017	232771169	264281161	April 2018	255577476	255145944
April 2017	229501752	249137507	Mei 2018	256276450	259106213
Mei 2017	234043439	273695112	Juni 2018	258203024	248355867
Juni 2017	238302102	233763466	Juli 2018	257464637	263591892
Juli 2017	235351357	236106302	Agustus 2018	256504818	257335876
September 2017	249300982	258995633	September 2018	259070857	247195834
Oktober 2017	247724194	259345971	Oktober 2018	260299892	239292014
November 2017	247227333	243883710	November 2018	256211135	257305086
Desember 2017	264160781	267752590	Desember 2018	265063937	265629066

Perbandingan berdasarkan prediksi data aset pada periode yang sama dengan pemodelan GBM berdasarkan persamaan (1) menunjukkan nilai MAPE yang lebih besar, yaitu 6,111993%, sehingga *Jump* lebih tepat digunakan sebagai dasar valuasi obligasi yang diterbitkan Bank CIMB Niaga. Hal ini sesuai dengan kesimpulan yang diperoleh pada penelitian sebelumnya [7, 8].

Untuk mengetahui nilai aset pada saat jatuh tempo tersebut, dilakukan prediksi menggunakan model GBM *Jump* yang telah terbentuk dengan \hat{V}_{t_i} total aset perusahaan pada saat obligasi jatuh tempo yaitu pada bulan November 2020. $\hat{V}_{t_{i-1}}$ merupakan total aset perusahaan pada saat obligasi diterbitkan yaitu pada bulan November 2017 sebesar Rp 247.227.333.000.000,00. Jangka waktu hingga obligasi jatuh tempo yaitu 3 tahun adalah $t_i - t_{i-1}$. Estimasi nilai aset pada saat jatuh tempo pada tanggal 2 November 2020 berdasarkan persamaan (5) diperoleh sebesar Rp 250.739.325.000.000,00.

Penentuan ekuitas perusahaan digunakan nilai suku bunga bebas risiko yang diambil dari rata-rata suku bunga dari November 2017 hingga Desember 2018 yaitu sebesar 4,95%. Sedangkan untuk nilai c dan K_1 diperoleh dari

$$c = 7,5\% \times K = 7,5\% \times 657.000.000.000,00 = 49.275.000.000,00$$

Karena nilai kupon obligasi 7,5% diberikan per tahun dengan waktu jatuh tempo 3 tahun maka nilai c dikalikan 3, sehingga didapatkan $K_1 = K + 3c = 804.825.000.000,00$

Oleh karena itu, nilai ekspektasi ekuitas berdasarkan persamaan (6) sebesar

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=0}^{11} \left[\frac{e^{-0,004750\tau} (0,004750\tau)^i}{i!} \right] 247227333000000 N \left(\frac{\ln\left(\frac{247227333}{804825}\right) + \left(r_i + \frac{\sigma_i^2}{2}\right)\tau}{\sigma_i\sqrt{\tau}} \right) \\ &\quad - 804825000000 e^{-r_i\tau} N \left(\frac{\ln\left(\frac{247227333}{804825}\right) + \left(r_i - \frac{\sigma_i^2}{2}\right)\tau}{\sigma_i\sqrt{\tau}} \right) \\ &= 246.533.573.844.229,00 \end{aligned}$$

Liabilitas merupakan hutang atau kewajiban yang harus dibayarkan. Nilai liabilitas berkaitan dengan nilai total aset dan nilai ekuitas. Berdasarkan persamaan (6) diperoleh nilai liabilitas sebesar

$$F(V_T, \tau) = 250.739.325.000.000,00 - 246.533.573.844.229,00$$

$$= 4.205.751.155.771,00$$

Nilai probabilitas kebangkrutan berdasarkan persamaan (7) dengan k adalah rata-rata \ln *return jump*, δ^2 merupakan variansi dari *jump*, maka diperoleh nilai probabilitas kebangkrutan sebesar $1,065812 \times 10^{-8}$. Hasil tersebut menunjukkan bahwa kemungkinan PT Bank CIMB Niaga Tbk mengalami kebangkrutan sangat kecil. Berdasarkan hasil tersebut dapat dikatakan bahwa PT Bank CIMB Niaga memiliki performa yang baik untuk dapat membayar hutang obligasi pada saat jatuh tempo.

Ukuran peluang kebangkrutan ini bisa dikatakan akurat dan valid dengan dasar bahwa *underlying assets* dimodelkan dengan metode yang sesuai dengan karakteristik data. Hasil yang sama juga ditunjukkan pada penelitian sebelumnya pada valuasi obligasi *Zero Coupon Bond* [19]. GBM mempunyai prediksi yang baik dilihat dari ukuran MAPE yang kecil, akan tetapi keberadaan data ekstrem tidak terakomodasi pada model tersebut. Pemodelan GBM *Jump* menghasilkan akurasi yang lebih baik, dan berdasarkan pola data yang diuji di awal menunjukkan keberadaan data-data ekstrem. Valuasi yang diperoleh berdasarkan GBM *Jump* dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan investor maupun Bank CIMB Niaga dalam mengelola perusahaan karena diukur berdasarkan karakteristik data aset Bank CIMB Niaga.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis yang dihasilkan untuk kasus PT Bank CIMB Niaga Tbk tersebut, diperoleh kesimpulan bahwa model *Geometric Brownian Motion* dengan *Jump Diffusion* yang terbentuk adalah sebagai berikut

$$\hat{V}_{t_i} = \hat{V}_{t_{i-1}} \exp \left(\left(\left(0,005814 - \frac{(0,066839)^2}{2} - 0,004698 \right) (t_i - t_{i-1}) \right) + \left(0,066839 Z_{i-1} \sqrt{(t_i - t_{i-1})} \right) + N_i \right)$$

Hasil valuasi terhadap obligasi berkelanjutan II Bank CIMB Niaga tahap III tahun 2017 seri B diperoleh ekspektasi ekuitas pada saat obligasi jatuh tempo pada tanggal 2 November 2020 yaitu sebesar Rp 246.533.573.844.229,00. Sedangkan untuk ekspektasi utangnya atau liabilitas pada saat jatuh tempo adalah sebesar Rp 4.205.751.155.771,00. Serta diperoleh nilai probabilitas kebangkrutan yang sangat kecil

yaitu sebesar $1,065812 \times 10^{-8}$, yang berarti bahwa kemungkinan PT Bank CIMB Niaga Tbk tidak mampu membayar utangnya sangat kecil. Berdasarkan hal tersebut dapat disimpulkan bahwa PT Bank CIMB Niaga Tbk memiliki performa yang cukup baik dalam melunasi utangnya.

Model ini cukup akurat dipandang dari hasil perbandingan dengan menggunakan GBM, akan tetapi dengan karakteristik data yang lebih kompleks, memungkinkan untuk dapat dikembangkan dengan kasus *volatility clustering* pada data, sifat asimetris data, dan sebagainya.

Ucapan Terima Kasih

Artikel ini didanai oleh Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, Direktorat Riset dan Pengabdian Kepada Masyarakat melalui Penelitian Terapan Unggulan Perguruan Tinggi, dengan nomor kontrak 101-112/UN7.6.1/PP/2020.

Daftar Pustaka

- [1] Maruddani, D.A.I., Rosadi, D., Gunardi, dan Abdurakhman. Valuation of One Period Coupon Bond Based on Default Time and Empirical Study in Indonesian Bond Data. *Far East Journal of Mathematical Sciences*, Vol. 98 (1), 57–73. 2015.
- [2] Landschoot, A.V. Determinants of Euro Term Structure of Credit Spreads, *Working Paper Series* No.397, European Central Bank. 2004.
- [3] Abidin, S.N.Z. dan Jaffar, M.M. Forecasting Share Prices of Small Size Companies in Bursa Malaysia Using Geometric Brownian Motion. *Applied Mathematics & Information Sciences*. Vol. 8 (1), 107-112. 2014.
- [4] Trimono, Maruddani, D.A.I., dan Ispriyanti, D. Pemodelan Harga Saham Dengan Geometric Brownian Motion dan Value At Risk PT Ciputra Development Tbk. *Gaussian*, Vol. 6 (2), 261 – 270. 2017.
- [5] Rosso, G. Extreme Value Theory for Time Series using Peak-Over-Threshold Method. *Working Paper*. 2015.
- [6] Trimono dan Maruddani, D.A.I. Valuasi Harga Saham PT Aneka Tambang Tbk sebagai Peraih IDX Best Blue 2016. *Statistika*, Vol 17(1), 33 – 43. 2017.
- [7] Maruddani, D.A.I. dan Trimono. Prediksi Harga Saham PT. Astra Agro Lestari Tbk. dengan Jump Diffusion Model. *Jurnal Riset Akuntansi Mercu Buana*, Vol. 3(1), 57 – 67. 2017.
- [8] Abdurakhman dan Maruddani, D.A.I. Pengaruh Skewness dan Kurtosis dalam Model Valuasi Obligasi. *Media Statistika*, Vol. 11(1), hal 39 – 51. 2018.
- [9] Abdurakhman dan Maruddani, D.A.I. Comparing Merton model and Gram-Charlier model to Capture Skewness and Kurtosis on Bond Performance. *Journal of Physics Conference Series*, Vol. 1217. 2019.
- [10] Maruddani, D.A.I. Pengaruh Data Ekstrem Aset Perusahaan Pada Valuasi Obligasi. *Prosiding Seminar Nasional Variansi 2018*, hal 221-233. 2018.

-
- [11] Brigo, D., Dalessandro, A., Neugebauer, M., dan Triki, FA Stochastic Processes Toolkit for Risk Management. *Journal of Risk Management in Financial Institutions*. Vol. 1 (4), 5–13. 2008.
 - [12] Matsuda, K. Introduction to Merton Jump Diffusion Model. *Working Paper The City University of New York*. 2004.
 - [13] Merton, R.C. On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rate. *Journal of Finance*, Vol 29, 449–470. 1974.
 - [14] Cont, R. dan Tankov, P. *Financial Modeling with Jump Processes*. Chapman & Hall / CRC Financial Mathematics Series. 2004.
 - [15] Storeng, H.B. Jump-Diffusion Models for Option Pricing Versus the Black Scholes Model. *Norwegian School of Economic*, 1–77. 2014.
 - [16] Zhou, C. A Jump-Diffusion Approach to Modeling Credit Risk and Valuing Defaultable Securities. *Federal Reserve Boards Working Paper*. 1997.
 - [17] Maruddani, D.A.I. *Value at Risk untuk Pengukuran Risiko Investasi Saham: Aplikasi dengan Program R*. Wade Group, Ponorogo. 2019.
 - [18] Maruddani, D.A.I. dan Trimono. *Microsoft Excel untuk Pengukuran Value at Risk: Aplikasi pada Risiko Investasi Saham*. Undip Press. Semarang. 2020.
 - [19] Maruddani, D.A.I., Abdurakhman, Safitri, D. The Effect of Extreme Asset Prices to The Valuation of Zero Coupon Bond with Jump Diffusion Processes. *Journal of Physics Conference Series*, Vol. 1217. 2019b.