p-ISSN 2089 – 0133 e-ISSN 2477-6416 Indonesian Journal of Applied Physics (IJAP) Vol. 13 No. 1 page 20
URL : https://jurnal.uns.ac.id/ijap/article/view/52916 DOI : https://doi.org/10.13057/ijap.v13i1.52916

KAJIAN TEORITIK PERSAMAAN DIFERENSIAL STOKASTIK BAGI KURS MATA UANG (FOREX), KAJIAN KHUSUS: KURS IDR/USD

Isa Isnawanti dan Dwi Satya Palupi*
Jurusan Fisika, Fakultas MIPA, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, Indonesia
*dwi_sp@ugm.ac.id

Received 2021-07-07, Revised 2021-08-15, Accepted 2023-03-30
Available Online 2023-04-04, Published Regularly April 2023

ABSTRACT

The stochastic differential equation study has been done towards the exchange rates fluctuation. It is necessary to study the density of return because the density describes the fluctuation of exchange rates and reflects the interactions that occurred in the financial market. In this study, the exchange rate in return was assumed that follow a stochastic process that can be described by a stochastic differential equation, so that the probability distribution of returns can be described by the Fokker-Planck equation. The data used in this study is the IDR/USD exchange rates from January 2001 to January 2021 which was obtained from the transaction rate data of the Central Bank of the Republic of Indonesia. The probability density distribution of daily return was obtained from the Gaussian distribution with an average of -0.0001 and sigma $= 0.0048$. Based on the distribution, a stochastic differential equation can be formed for the IDR/USD exchange rate in return.

Keywords: exchange rates; density of return; Gaussian distribution

ABSTRAK

Telah dilakukan kajian persamaan diferensial stokastik bagi pergerakan kurs mata uang. Kajian terhadap rapat peluang *return* (imbal hasil) perlu dilakukan karena rapat peluang *return* (imbal hasil) menggambarkan fluktuasi kurs mata uang serta mencerminkan interaksi yang terjadi di pasar keuangan. Pada penelitian ini *return* (imbal hasil) kurs mata uang diasumsikan mengikuti proses stokastik yang dapat digambarkan oleh suatu persamaan diferensial stokastik, sehingga distribusi rapat peluang *return* (imbal hasil) dapat digambarkan oleh persamaan Fokker-Planck. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah kurs mata uang IDR/USD dari Januari 2001 sampai Januari 2021 yang diperoleh dari data kurs transaksi Bank Sentral Republik Indonesia. Distribusi rapat peluang *return* (imbal hasil) harian yang diperoleh mengikuti distribusi Gaussian dengan rata-rata $-0{,}0001$ dan $\sigma = 0{,}0048$. Berdasarkan distribusi tersebut dapat dibentuk persamaan diferensial stokastik bagi *return* (imbal hasil) kurs mata uang IDR/USD.

Kata kunci: kurs mata uang; rapat peluang *return*; distribusi Gaussian

PENDAHULUAN

Awal mula sebelum sistem ekonomi berkembang seperti sekarang, emas dan perak digunakan sebagai alat pembayaran dalam perdagangan [1]. Pedagang telah merancang instrumen untuk memfasilitasi perdagangan seperti uang, lembaga untuk menyimpan uang dan intermediasi keuangan. Emas dan perak memenuhi lima fungsi penting uang seperti yang diakui hari ini yaitu sebagai alat tukar, penyebut umum, standar nilai, penyimpan nilai dan standar pembayaran yang ditetapkan. Untuk diedarkan sebagai uang, emas dan perak harus dibuat sesuai bentuk standar dan otentik [2]. Pemerintah memberlakukan kebijakan untuk menjaga stabilitas peredaran uang dan menetapkan nilai mata uang di negaranya. Sehingga terdapat perbedaan harga pada mata uang di negara yang berbeda [3].

Kurs mata uang merupakan salah satu bagian dari pasar keuangan. Pasar keuangan merupakan pasar yang melibatkan pedagang dalam jumlah yang sangat banyak. Barang-barang yang diperdagangkan di pasar keuangan bermacam-macam beberapa diantaranya adalah seperti saham, obligasi, deposito, valuta asing, atau derivatif-derivatif yang diterbitkan berdasarkan aset yang mendasarinya [4,5]. Salah satu bagian pasar keuangan adalah pasar valuta asing (forex) dengan volume perdagangan atau nilai transaksi harian lebih dari lima triliun USD pada tahun 2009, sejauh ini merupakan pasar keuangan terbesar di dunia. Pasar keuangan lain mana pun sulit mendekati volume perdagangan tersebut [6]. Faktor ekonomi yang mempengaruhi nilai tukar mata uang asing antara lain neraca pembayaran, pertumbuhan ekonomi, jumlah uang beredar, tingkat inflasi, tingkat pengangguran, dan lain-lain [1].

Meskipun bidang fisika dan bidang ekonomi adalah dua bidang yang secara esensi berbeda, namun kedua bidang tersebut terhubung oleh metodologi dan fisika statistik sistem kompleks. Beberapa masalah di bidang ekonomi dapat didekati dengan menggunakan metode yang digunakan di fisika seperti termodinamika, mekanika klasik dan mekanika kuantum. [7,8,9,10,11,12,13]. Disamping itu data di bidang ekonomi sangat melimpah dan sistem di ekonomi merupakan sistem kompleks, sedang di bidang fisika umumnya terkait dengan sistem banyak benda yang kompleks, sehingga fisikawan dapat membantu menyelesaikan permasalahan di bidang ekonomi karena kemampuan dalam mengolah sistem kompleks [14,15]. Data yang melimpah ini memerlukan pengolahan yang tepat agar dapat memberikan pola-pola keteraturan yang dapat dianalisa. Di sisi lain ranah fisika banyak memiliki metode untuk menangani sistem banyak partikel dan sistem kompleks seperti fisika statistik dan proses stokastik.

Sistem banyak partikel pada umumnya diselesaikan dengan memanfaatkan distribusi kerapatan partikel karena tidak mungkin untuk mengamati partikel satu per satu. Distribusi kerapatan partikel tersebut pada dasarnya adalah fungsi rapat peluang mendapatkan partikel yang dapat memberikan gambaran mengenai keseluruhan sistem. Penerapan distribusi kerapatan peluang di bidang ekonomi diantaranya perumusan distribusi uang, kekayaan dan pendapatan per kapita pada suatu negara [16,17], pendekatan entropi untuk prediksi terjadinya krisis ekonomi dari sisi moneter [18] dan masih banyak lagi [19,20].

Salah satu cara untuk menganalisa pasar keuangan adalah dengan meninjau distribusi rapat peluang harga saham/indeks saham di pasar saham dengan mengasumsikan harga saham/indeks saham mengikuti proses stokastik. Salah satu diantaranya adalah perumusan harga opsi dengan asumsi harga saham yang mendasarinya mengikuti proses difusi dengan memanfaatkan persamaan perambatan panas yang dikenal sebagai model Black-Scholes. Model tersebut telah diakui di ranah ekonomi dan menjadi dasar pengembangan model-model bagi pergerakan harga opsi dan harga sekuritas di pasar keuangan [21,22,23]. Pergerakan harga sekuritas yang mengikuti suatu proses difusi dapat digambarkan secara matematis sebagai persamaan diferensial stokastik sedang distribusi rapat peluangnya digambarkan oleh persamaan Fokker-Plank. Berbagai penelitian mengenai bentuk fungsi rapat peluang yang tepat di pasar keuangan khususnya pasar saham dengan berbagai bentuk persamaan diferensial

[24,25,26,27] dan persamaan Fokker-Plank telah banyak dilakukan sampai saat ini [28,29]. Bentuk fungsi rapat peluang tersebut menjelaskan perilaku sekuritas di pasar keuangan.

Secara teoritis, empiris, politis, dan akademis, telah dilakukan penelitian-penelitian dan analisis tentang nilai tukar mata uang [18,30,31,32,33,34,35], namun belum ada model yang *establish* hingga saat ini. Sebuah model mungkin menjelaskan dengan tepat perkembangan nilai tukar di negara tertentu dan dalam periode tertentu, tetapi di lain waktu model yang sama mungkin tidak berfungsi sama lagi [36]. Berbeda dengan pasar saham yang pada umumnya diasumsikan mengikuti proses difusi yang Markovian, beberapa peneliti berasumsi kurs mata uang mengikuti proses non-Markovian [18] sedang beberapa peneliti lain berasumsi kurs mata uang mengikuti proses Markovian. Perbedaan asumsi tersebut akan mengakibatkan perumusan fungsi rapat peluang yang dihasilkan juga akan berbeda.

Mengingat kurs mata uang memiliki persamaan sifat dengan pasar saham yaitu bersifat flutuatif maka kurs mata uang dapat diteliti dengan cara yang serupa dengan pasar uang, yaitu diasumsikan mengikuti suatu persamaan diferensial tertentu. Penelitian ini bertujuan untuk mencari persamaan diferensial stokastik bagi kurs mata uang dan mendapatkan bentuk distribusi peluang *return* harian pergerakan kurs IDR/USD. Kurs mata uang diasumsikan mengikuti proses difusi seperti halnya partikel yang bergerak dalam suatu koloid. Pergerakan partikel yang mengikuti proses difusi (dengan demikian pada penelitian ini pergerakan kurs diasumsikan Markovian) dapat digambarkan oleh persamaan diferensial stokastik dan distribusi rapat peluang partikelnya memenuhi persamaan Fokker-Planck yang sesuai bagi persamaan diferensial tersebut. Penelitian terkait penggunaan persamaan Fokker-Planck bagi kurs mata uang telah dilakukan [31] namun penelitian terkait persamaan diferensial stokastik bagi kurs mata uang ini belum pernah dilakukan oleh peneliti lainnya. Distribusi rapat peluang teoritis yang merupakan penyelesaian persamaan Fokker-Planck akan dibandingkan dengan distribusi rapat peluang empiris. Data bagi distribusi rapat peluang empiris adalah kurs mata uang IDR/USD dari Januari 2001 sampai Januari 2021 yang diperoleh dari data kurs transaksi Bank Sentral Republik Indonesia.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dalam beberapa tahap. Tahap pertama adalah membuat asumsi persamaan diferensial stokastik berikut persamaan Fokker-Planck bagi *return* atau imbal hasil kurs mata uang. Persamaan diferensial tersebut memuat konstanta μ dan σ. Tahap kedua adalah mencari penyelesaian persamaan Fokker-Planck sehingga diperoleh distribusi rapat peluang teoritik bagi *return* kurs mata uang. Tahap ketiga membuat distribusi rapat peluang return empiris dari data. Setelah itu dilakukan pencocokan antara ditribusi rapat peluang teoritik dan distribusi rapat peluang empiris sehingga diperoleh nilai μ dan σ yang sesuai dengan distribusi rapat peluang empiris.

Pada penelitian ini variabel yang digunakan untuk menganalisa pergerakan kurs mata uang adalah *return* yang didefinisikan sebagai $y = ln\, ln \left(\frac{x(t+\Delta t)}{x(t)}\right)$ dengan y adalah *return*, $x(t+\Delta t)$ adalah nilai kurs hari ini, dan $x(t)$ adalah nilai kurs hari sebelumnya. Variabel t menyatakan waktu dan Δt adalah selang waktu. Pada penelitian ini diambil t adalah hari dan diambil $\Delta t = 1$ hari, dengan kata lain $return$ pada penelitian ini adalah $return$ harian.

Persamaan diferensial stokastik dan persamaan Fokker-Planck ln *return* kurs mata uang IDR/USD

Kurs mata uang diasumsikan mengikuti proses difusi demikian juga dengan *return* kurs mata uang. Proses difusi bagi *return* kurs mata uang diasumsikan memenuhi persamaan diferensial stokastik bagi ln *return* berbentuk

$$dy(t) = \mu dt + \sigma dB(t) \tag{1}$$

dengan y adalah ln $return$ kurs mata uang, μ konstanta yang menyatakan bagian deterministik, σ adalah koefisien difusi dan dB adalah proses Brownian standart. Suku kedua persamaan (1) merupakan bagian stokastik yang menyatakan fluktuasi di sekitar pergerakan secara deterministiknya. Persamaan rapat peluang atau persamaan Fokker-Planck bagi persamaan diferensial stokastik (1) adalah

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{s,x}(t,y) = -\frac{\partial}{\partial y}\Big(\mu(t,y)\rho_{s,x}(t,y)\Big) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}(Q(t,y)\rho_{s,x}(t,y)) \tag{2}$$

dengan $Q = \sigma^2$, $\rho_{s,x}(t,y)$ adalah distribusi rapat peluang transisi dari keadaan x pada saat t menuju keadaan y pada saat t.

Syarat batas persamaan (2) adalah

$$\rho_{s,x}(t,y) = \delta_x(y) \tag{3}$$

Bila dilakukan transformasi Fourier

$$\rho_{s,x}(t,y) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{\rho}_{s,x}(t,k)e^{-iky}dk \tag{4}$$

pada persamaan (2) maka suku sebelah kiri persamaan (2) menjadi

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{s,x}(t,y) = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial t}\left[\int_{-\infty}^{\infty} \Big(\hat{\rho}_{s,x}(t,k)\Big)e^{-iky}dk\right]$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial t}\Big(\hat{\rho}_{s,x}(t,k)\Big)e^{-iky}dk \tag{5}$$

Suku pertama sebelah kanan persamaan (2) menjadi

$$-\frac{\partial}{\partial y}\Big(\mu(t,y)\rho_{s,x}(t,y)\Big) = -\frac{\mu}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial y}\left[\hat{\rho}_{s,x}(t,k)e^{-iky}dk\right]$$

$$= \frac{1}{2\pi}\mu(ik)\int_{-\infty}^{\infty} \hat{\rho}_{s,x}(t,k)e^{-iky}dk \tag{6}$$

suku kedua sebelah kanan persamaan (2) menjadi

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}(Q\rho_{s,x}(t,y)) = \frac{1}{2}\,\frac{1}{2\pi}\,Q\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left[\hat{\rho}_{s,x}(t,k)e^{-iky}dk\right]$$

$$= -\frac{1}{2}\,\frac{1}{2\pi}Qk^2\int_{-\infty}^{\infty}\hat{\rho}_{s,x}(t,k)e^{-iky}dk \qquad (7)$$

Persamaan (5), (6) dan (7) disubstitusikan ke dalam persamaan (2) menjadi

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\partial}{\partial t}\left(\hat{\rho}_{s,x}(t,k)\right) - (ik)\mu\hat{\rho}_{s,x}(t,k) + \frac{1}{2}Qk^2\hat{\rho}_{s,x}(t,k)\right)e^{-iky}dk = 0$$

atau

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\hat{\rho}_{s,x}(t,k)\right) = (ik)\mu\hat{\rho}_{s,x}(t,k) - \frac{1}{2}\,Qk^2\hat{\rho}_{s,x}(t,k)$$

$$= \left((ik)\mu - \frac{1}{2}Qk^2\right)\hat{\rho}_{s,x}(t,k) \qquad (8)$$

Penyelesaian persamaan (8) adalah

$$ln\, ln\, \hat{\rho}_{s,x}(t,k) = \left((ik)\mu - \frac{1}{2}Qk^2\right)t + C$$

atau diperoleh penyelesaian

$$\hat{\rho}_{s,x}(t,k) = C'\, exp\, exp\,\left(ik\mu\,\tfrac{1}{2}Qk^2\right)t \qquad (9)$$

Apabila persamaan (9) dimasukkan ke dalam persamaan transformasi (4) menjadi

$$\rho_{s,x}(t,y) = \frac{C'}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\left(ik\mu - \frac{1}{2}Qk^2\right)t}e^{-iky}dk$$

$$= \frac{C'}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\left(-\frac{Qt}{2}k^2 + (\mu t - y)ik\right)}dk \qquad (10)$$

Mengingat

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{\left(-\frac{1}{2}ax + iJx\right)}dx = \sqrt{\frac{2\pi}{a}}\, e^{\left(-\frac{J^2}{2a}\right)}$$

maka hasil integral pada persamaan (10) adalah

$$\rho_{s,x}(t,y) = \frac{C'}{\sqrt{2\pi Qt}}\, exp\, exp\,(-\frac{(y-\mu t)^2}{2Qt})$$

mengingat $Q = \sigma^2$ maka

$$\rho_{s,x}(t,y) = \frac{C'}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} exp\ exp\ \frac{-(y-\mu t)^2}{2\sigma^2 t} \tag{11}$$

Konstanta *C'* dapat dicari dari syarat batas yang dapat diperoleh dari pencocokan dengan grafik empiris. Persamaan (11) adalah penyelesaian unik persamaan Fokker-Planck yang berbentuk seperti persamaan (2).

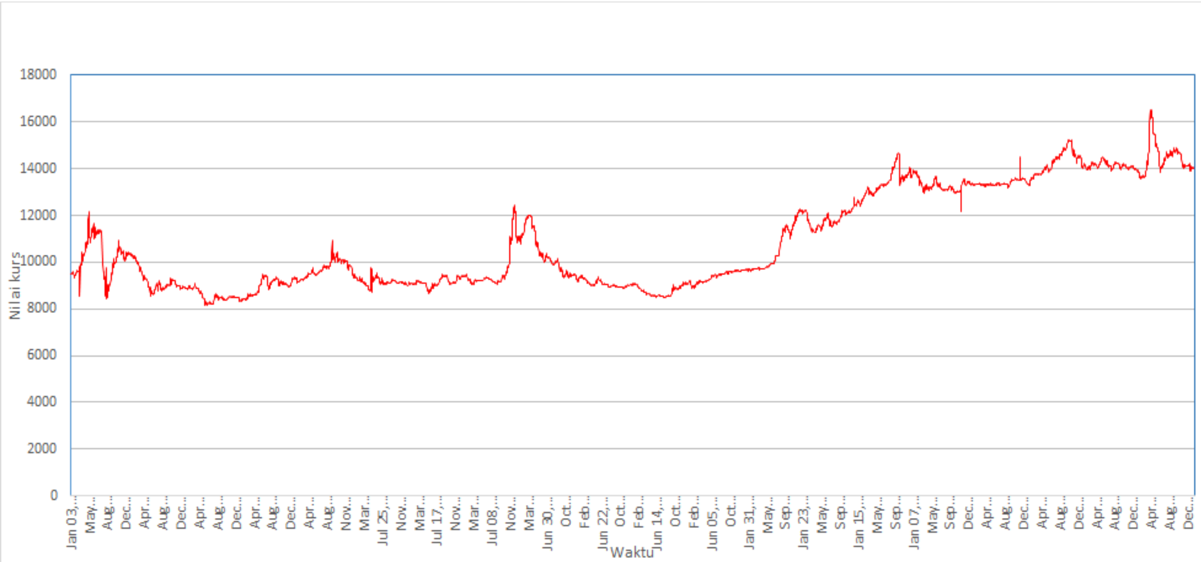
Pada kasus *return* harian nilai t adalah 1 hari, bentuk fungsi distribusi rapat peluang pada persamaan (11) menjadi berbentuk:

$$\rho_{s,x}(t=1,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{12}$$

Fungsi tersebut merupakan fungsi Gaussian.

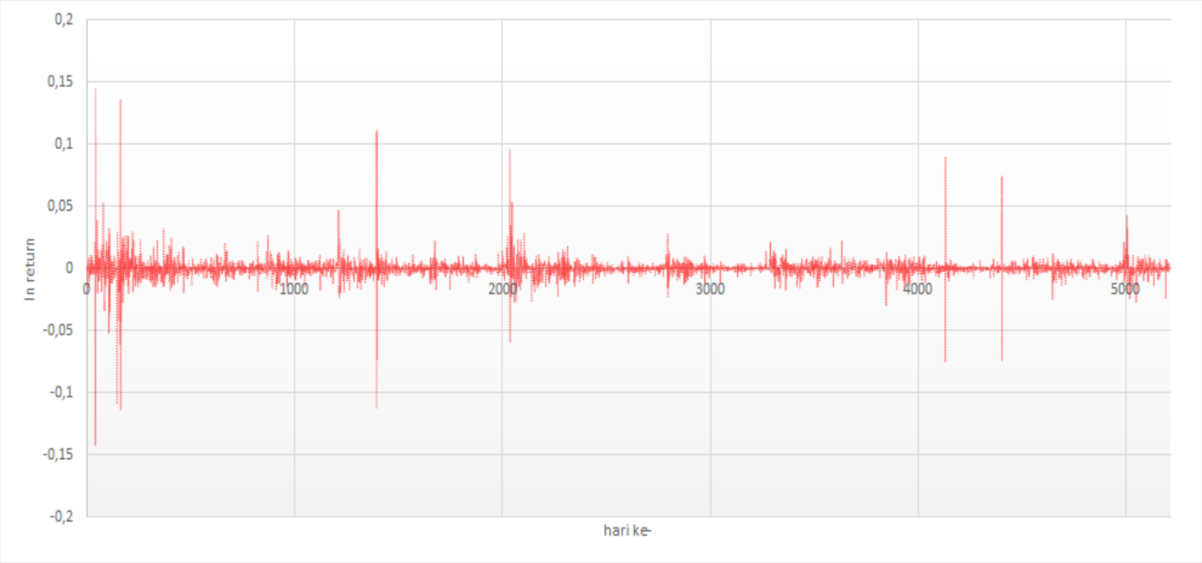
Pencocokan distribusi rapat peluang empiris dan distribusi rapat peluang teoritis

Data-data yang digunakan adalah data kurs mata uang IDR/USD pada saat pembukaan dari Januari 2001-Januari 2021. Data kurs mata uang IDR/USD diperoleh melalui www.investing.com. Pergerakan kurs mata uang IDR/USD dari Januari 2001-Januari 2021 pada saat pembukaan disajikan pada gambar 1. Jumlah data kurs mata uang IDR/USD dari Januari 2001-Januari 2021 adalah 5213.



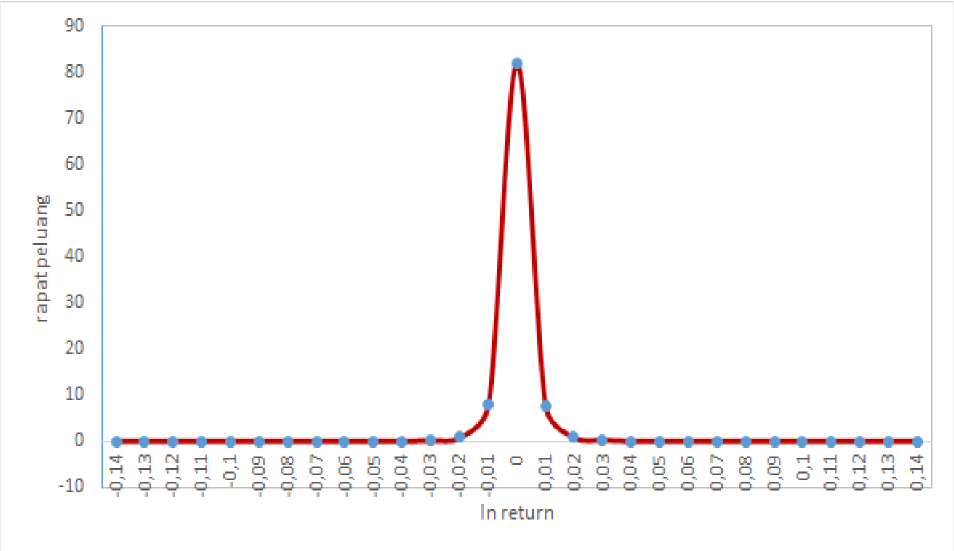
Gambar 1. Sumbu mendatar adalah bulan dari Januari 2001-Januari 2021 dan sumbu tegak adalah nilai kurs harian mata uang IDR/USD pada saat pembukaan

Setelah diperoleh data nilai-nilai kurs mata uang maka dihitung nilai-nilai return berdasarkan data kurs mata uang tersebut. Grafik nilai *return* empiris sebagai fungsi waktu ditunjukkan pada gambar 2.



Gambar 2. Grafik *return* sebagai fungsi waktu

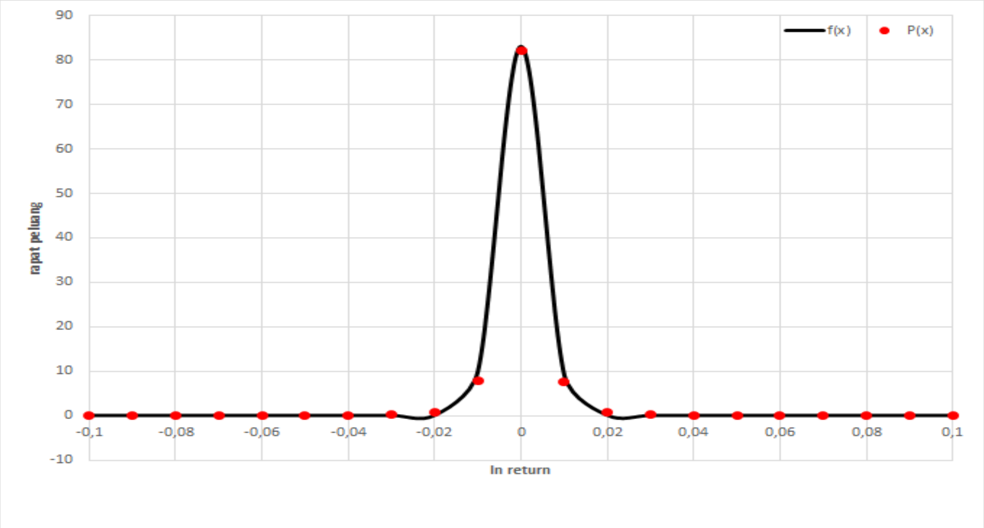
Rentang nilai *return* dari data dimulai dari nilai minimum $-0{,}14$ hingga nilai maksimum $0{,}14$. Berdasarkan nilai maksimal dan minimal *return* tersebut, nilai-nilai *return* dikelompokan dalam 29 kelompok dengan tiap kelompok memiliki interval $0{,}01$. Sebagai contoh nilai *return* $0{,}1$ merupakan sekelompok nilai-nilai *return* antara $0{,}095 - 0{,}105$. Setelah dikelompokkan maka diperoleh distribusi rapat peluang kurs mata uang empiris yang disajikan pada gambar 3.



Gambar 3. Distribusi rapat peluang empiris *return* harian kurs mata uang. Sumbu *x* sebagai *return* dan sumbu *y* sebagai rapat peluang kurs mata uang

Distribusi rapat peluang pada persamaan (12) kemudian dicocokkan dengan grafik distribusi rapat peluang empiris pada gambar (3) sehingga diperoleh nilai μ dan σ. Pencocokan dilakukan dengan mengambil $\mu = 0, \sigma \neq 0\ dan\ \mu \neq 0, \sigma \neq 0$.

Pencarian nilai μ dan σ dapat dilakukan dengan melakukan uji coba terhadap nilai μ dari $-0{,}000001$ hingga 1000 dan nilai σ dari $0{,}000001$ hingga 1000 untuk mendapatkan nilai simpangan baku yang paling kecil.



Gambar 4. Grafik pencocokan distribusi rapat peluang teoritik dan distribusi rapat peluang empiris

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil terbaik dari pencocokan diperoleh $\mu = -0{,}0001$ dan simpangan baku sebesar $\sigma = 0{,}0048$ dengan selisih rata-rata antara distribusi rapat peluang teoritik dan empiris adalah $0{,}5632$. Grafik pencocokan distribusi rapat peluang teoritik dan empiris disajikan pada gambar 4. Nilai σ pada persamaan (12) secara fisis menjadi penentu besar atau kecilnya kelengkungan pada kurva Gaussian. Nilai $\sigma = 0{,}0048$ menunjukkan kurva Gaussian bagi *return* merupakan kurva yang sangat sempit. Nilai σ merupakan ukuran fluktuasi *return* atau sebaran nilai *return* yang terjadi.

Berdasarkan hasil pencocokan tersebut maka persamaan diferensial bagi ln *return* adalah

$$dy(t) = -0{,}0001dt + 0{,}0048dB(t) \tag{13}$$

Persamaan (13) menunjukkan rata-rata *return* kurs mata uang (μ) bernilai negatif untuk skala waktu 1 hari. *Return* kurs mata uang menyatakan keuntungan atau kerugian dari investasi kurs mata uang. Nilai $\mu = -0{,}0001$ menunjukkan secara rata-rata investasi kurs harian mengalami kerugian meskipun apabila ditinjau gambar 1 tampak pergerakan kurs dari tahun 2001 sampai tahun 2021 mengalami peningkatan. Pada $t = 1$ maka kenaikan/penurunan yang dapat terjadi kecil sekali, namun apabila t dalam jangka bulanan atau tahunan maka kenaikan/penurunan akan besar sehingga ada kemungkinan nilai rata-rata *return* kurs mata uang (μ) dalam jangka bulanan atau tahunan akan bernilai positif atau menghasilkan keuntungan. Persamaan (13) menyatakan nilai *return* harian berupa kurva Gaussian dengan simpangan baku sebesar 0,0048 di sekitar nilai return $-0{,}0001$.

Pada penelitian ini, untuk $t = 1$ hari diperoleh nilai $\mu = -0{,}0001$ dengan demikian nilai kurs harian cenderung menurun atau kurs mata uang rupiah melemah atau terjadi depresiasi. Apabila investor, pedagang dan para peminat kurs mata uang melakukan transaksi jual-beli kurs dengan skala 1 hari pada Januari 2001- Januari 2021 maka secara rata-rata akan mengalami kerugian meskipun kecil. Pemerintah dan para pemegang kebijakan seperti Bank Sentral dan Ekonom perlu melakukan analisis pergerakan kurs mata uang untuk skala waktu harian, mingguan, bulanan dan tahunan sehingga pelemahan kurs rupiah yang dapat mengakibatkan krisis dapat dihindari sedini mungkin. Kurs mata uang rupiah dapat dianalisa kedepannya dengan metode apapun sehingga diperoleh harga atau kurs mata uang yang paling mungkin di masa mendatang. Harga di masa mendatang diprediksi dengan cara menafsirkan perilaku harga secara grafik di masa lalu dan saat ini. Dalam hal ini dibutuhkan peran fisikawan dan ekonom untuk mengamati dan menjaga stabilitas kurs mata uang rupiah terhadap mata uang asing.

KESIMPULAN

Dari pembahasan sebelumnya maka dapat ditarik simpulan kurs mata uang IDR/USD dapat diasumsikan mengikuti proses difusi sehingga kurs mata uang dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan Fokker-Planck dan persamaan diferensial stokastik. Bentuk distribusi rapat peluang *return* harian nilai kurs IDR/USD adalah distribusi Gaussian dengan rata-rata $\mu = -0{,}0001$, $\sigma = 0{,}0048$.

DAFTAR PUSTAKA

1 Korkmaz, S. 2016. The Effect of Exchange Rate on Economic Growth. *Conference: 2nd International M-Sphere Conference*, Balikesir University, Dubrovnik, Croatia.
2 Krichene, N. dan Ghassan, H.B. 2017. The Preeminence of Gold and Silver as Money. *MPRA*, Hal. 1-17.
3 Mckay, D.R. dan Peters, D.A. 2017. The Midas Touch: Gold and Its Role in the Global Economy. *SAGE*, Vol. 25, Hal. 61-63.
4 Mishkin, F.S. 2011. *The Economic of Money, Banking, and Financial Markets*, Pearson Canada, US.
5 Bodie. J., Kane. A. dan Marcus, A.J. 2006. *Investment*, Mcgraw-Hill.
6 Drozdz, S., Kwapien, J., Oswiecimka, P. dan Rak, R. 2010. The Foreign Exchange Market: Return Distributions, Multifractality, Anomalous Multifractality and The Epps Effect. *New Journal of Physics*, Vol. 12, No. 10, Hal. 1-23.
7 Smith, E. dan Foley, D.K. 2008. Classical Thermodynamics and Economic General Equilibrium Theory. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 32, No. 1, Hal. 7- 65.
8 Saslow, W.M. 1999. An Economic Analogy to Thermodynamic. *Am.J.Physc*, Vol. 67, No. 12.
9 Quevedo, H. dan Quevedo, M.N. 2011. Statistical Thermodynamics of Economics System. *Journal Of Thermodynamics*, Vol. 2011.
10 Bryant, J. 2007. A Thermodynamic Theory of Economics. *International Journal of Exergy*, Vol. 4, No. 3, Hal. 302-337.
11 Anatoly, K. 2005. Physical Modeling of Economic System: Classical and Quantum Economies. *MPRA Paper*, No. 10452.
12 Farmer, J.D., Shubik, M. dan Smith, E. 2005. *Economic: The Next Physical Science?* ArXiv: Physics/0506086/v1.
13 Schaden, M. 2002. Quantum Finance. *Phyisica A: Statistical Mechanic and Its Applications*, Vol. 316, No. 1, Hal. 511-538.
14 Schulz, M. 2003. *Statistical physics and economic: Concept,Ttool, and Application.* Spinger-Verlag, USA.

15 Mantegna, R.N. dan Stanley, H.E. 2000. *An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*. Cambridge University Press, United Kingdom.
16 Chakrabarti, B.K. dan Chatterjee, A. 2004. Ideal Gas-Like Distributions in Economics: Effets of Saving Propensity. *The Application of Econophysics*, Hal. 280-285.
17 Dragulescu, A. dan Yakovenko, V.M. 2001. Exponential and Power-Law Probability Distributions of Wealth and Income in The United Kingdom and the United States. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 299, No.1, Hal. 213-221.
18 Stosic, D., Stosic, D., Ludermir, T., Oliveira, W. dan Stosic, T. 2016. Foreign Exchange Rate Entropy Evolution during Financial Crises. *Physica A*, Vol. 449, Hal. 233-239.
19 Gopikrishman, P., Meyer, M., Amaral, A.N.L. dan Stanley, H.E. 1998. Inverse Cubic Law for The Distribution of Stock Price Variation. *The European Physical Journal B*, Vol 3.
20 Plerou, V., Gopikrishman, P., Amaral, A.N.L, Meyer, M. dan Stanley, H.E. 1999. Scaling of The Disribution of Price Fluctuations of Individual Companies. *Physical Review E*, Vol. 60, No. 6.
21 Black, F. dan Scholes, M. 1973. The Pricing of Option and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 3.
22 Oshanin, G. dan Schehr. 2011. Two Stock Option at The Races: Black-Scholes Forecast. *Quantitative Finance*, Vol. 12.
23 Accardi, L. dan Baoukas, A. 2006. The Quantum Black-Scholes Equation. *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*, Vol. 2, Issue 2.
24 Stein, E.M. dan Stein, J.C. 1991. Stock Price Distribution with Stochastic Volatility: An Analytic Approach. *The Review of Financial Studies*, Vol. 4, No. 4, Hal. 727-752.
25 Hull, J. dan White, A. 1987. The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities. *The Journal of Finance*, Vol. 42, No. 2, Hal. 281-300.
26 Heston, S.L. 1993. A Closed-Form Solution for Option with Stochastic Volatility with Application to Bond Currency Option. *The Review of Financial Studies*, Vol 6, No. 2, Hal. 327-343, Stable URL: http://www.jstor.org/stable/2962057.
27 Carranco, S.M.G., Reyes, J. dan Balankin, S. 2016. The Crude Oil Price Bubbling and Universal Scaling Dynamics of Price Volatility. *Physica A*, Vol. 452.
28 Sornette, D. 2001. Fokker-Planck Equation of Distribution of Financial Return and Power Law. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Application*, Vol. 290, Issue 1-2.
29 Dragulescu, A.A. dan Yakovenko, V.M. 2002. Probability Distribution of Returns in The Heston Model with Stochastic Volatility. *Quantitative Finance*, Vol. 2, No. 6, Hal. 443-453.
30 Murtala, Masbar, R., Fajri, dan Nasir, M. 2017. Fluctuation Analysis of Rupiah Exchange Rate of Dollar United States in Indonesia. *European Journal of Agriculture and Forestry Research*, Vol. 5, No. 6, Hal. 37-50.
31 Friedrich, R., Peinke, J. dan Renner, C. 2000. How to Quantify Deterministic and Random Influences on The Statistics of The Foreign Exchange Market. *Physical Review Letters*, Vol. 84, No. 22, Hal. 5224-5227.
32 Jianguo, Z. dan Wei, L. 2016. Study on The Daily Exchange Rate Movement Based on The Model of Brownian Motion. *ICEMAESS*, Vol. 6, Hal. 931-936.
33 Goutte, S. dan Zou, B. 2011. Foreign Exchange Rates Under Markov Regime Switching Model. *CREA Discussion Paper 2011-16*, Vol. 29, Hal. 1-29.
34 Ishizaki, R dan Inou, M. 2013. Time-Series Analysis of Foreign Exchange Rates Using Time-Dependent Pattern Entropy. *Physica A*, Vol. 392, Hal. 3344-3350.
35 Mendy, D. dan Widodo, T. 2018. Two Stage Markov Switching Model: Identifying The Indonesian Rupiah Per US Dollar Turning Points 1997 Financial Crisis. *Munich Personal RePEc Archive*, No. 86728.
36 Sugeng, Nugroho, M.N., Ibrahim, dan Yanfitri. 2010. Effect of Foreign Exchange Supply and Demand Dynamics to Rupiah Exchange Rate and Economic Performance. *Bulletin of Monetary, Economics and Banking*, Vol. 40, Hal. 289-328.