

Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Aplikasi Turunan Ditinjau dari Penguasaan Materi Prasyarat (Turunan Fungsi) Kelas XI IPA SMA Negeri 1 Karanganom Tahun Ajaran 2018/2019

Ramadhani Wahyu Surya Annisa¹⁾, Ikrar Pramudya²⁾, Yemi Kuswardi³⁾

^{1) 2) 3)} Prodi Pendidikan Matematika, FKIP UNS

Alamat Korespondensi:

¹⁾ ramadhaniwsa30@student.uns.ac.id

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah aplikasi turunan ditinjau dari penguasaan materi prasyarat berdasarkan kerangka kerja Lithner.

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif. Subjek penelitian adalah siswa kelas XI IPA 5 SMA Negeri 1 Karanganom yang berjumlah 6 siswa. Prosedur pemilihan subjek menggunakan teknik *purposive sampling*. Teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes dan wawancara. Instrumen tes terdiri dari tes penguasaan materi turunan fungsi dan tes kemampuan penalaran matematis. Validasi data dilakukan dengan triangulasi waktu. Teknik analisis data yang digunakan yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan

Dari data hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa: (1) subjek dengan penguasaan materi prasyarat tinggi memenuhi indikator tipe penalaran matematis *creative reasoning (CR)*. (2) subjek dengan penguasaan materi prasyarat sedang memenuhi indikator tipe kemampuan penalaran *algorithmic reasoning (AR)*. (3) subjek dengan penguasaan materi prasyarat rendah memenuhi indikator tipe penalaran matematis *memorized reasoning (MR)*. Ketiga simpulan tersebut menggunakan empat tahapan kerangka kerja Lithner.

Kata Kunci : materi prasyarat, aplikasi turunan, penalaran matematis, kerangka kerja Lithner

PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu yang sangat erat hubungannya dengan proses berpikir dan menalar. Untuk meningkatkan kemampuan matematika dapat dilakukan dengan memperbaiki kualitas pembelajaran secara bertahap dan kontinu. Selain itu, dalam mempelajari matematika siswa didorong untuk memiliki beberapa kemampuan seperti yang disebutkan oleh NCTM [6] antara lain: koneksi (*connection*), penalaran dan pembuktian (*reasoning and proof*), komunikasi (*communication*), pemecahan masalah (*problem solving*), dan representasi (*repre-sentation*). Oleh karena itu, menurut NCTM tersebut penalaran merupakan salah satu

cakupan materi aplikasi turunan khususnya pada kemampuan yang diuji mengenai nilai maksimum atau minimum dengan konsep

kemampuan yang harus dimiliki siswa. Suherman [9] berpendapat bahwa "Penalaran matematika adalah suatu kegiatan menyimpulkan fakta, meng-analisis data, memperkirakan, menjelaskan dan membuat suatu simpulan. Lithner [4] mengatakan bahwa penalaran didefinisikan sebagai jalan berpikir yang diambil untuk mengolah pernyataan dan menghasilkan simpulan dalam menyelesaikan masalah. Lithner [5] mengatakan bahwa penalaran matematis merupakan suatu ketrampilan dasar. Materi turunan dan aplikasi turunan merupakan materi yang diberikan di SMA kelas XI semester genap. Berdasarkan Pamer UN tahun 2018, persentase penguasaan materi soal ujian nasional tahun 2017/2018 pada

turunan fungsi tergolong rendah yaitu 39,43% untuk tingkat kabupaten/kota. Persentase penguasaan materi soal di SMA Negeri 1

Karanganom sebesar 41,77% pada tahun ajaran yang sama. Dalam penelitian empiris, Lithner [3] menemukan dan mendefinisikan dua tipe penalaran matematika, yaitu *creative mathematically founded rea-soning* (penalaran kreatif matematis/*CR*) and *imitative reasoning* (penalaran imitatif/tiruan). Penalaran imitatif dibagi menjadi dua yaitu *memorized reasoning* (penalaran ingatan/*MR*) dan *algorithmic reasoning* (penalaran algoritmik /*AR*). Kedua tipe penalaran tersebut akan dijadikan pedoman penggolongan untuk kemampuan awal tinggi, sedang, dan rendah yang ditinjau dari nilai materi turunan fungsi. Seperti yang dijelaskan oleh Lithner [3] bahwa dua tipe penalaran tersebut dapat mewakili jawaban siswa yang sering didominasi dengan menyalin contoh yang pernah diberikan sebelumnya. Selanjutnya, berdasarkan pendapat Subanidro [8] kemampuan penalaran matematis adalah kemampuan untuk menghubungkan antara ide-ide atau objek matematika, membuat, menyelidiki atau mengevaluasi dugaan matematik, dan mengembangkan argumen dan bukti matematika untuk meyakinkan diri sendiri dan orang lain bahwa dugaan yang dikemukakan adalah bernilai benar. Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan penalaran kreatif matematis (*CR*), penalaran ingatan (*MR*), dan penalaran algoritmik (*AR*) untuk menganalisis kemampuan penalaran matematis ditinjau dari penguasaan materi prasyarat. Hal tersebut disebabkan matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang memiliki materi prasyarat. Materi-materi tersebut berkaitan satu sama lain. Misalnya, materi turunan fungsi merupakan materi prasyarat sebelum mempelajari materi aplikasi turunan. Teknik pengambilan sampel dalam penelitian ini dimulai dengan melakukan pengkategorian siswa dengan penguasaan

masalah aplikasi turunan ditinjau dari penguasaan materi turunan fungsi kelas XI IPA SMA Negeri 1 Karanganom.

materi prasyarat tinggi, sedang, dan rendah pada hasil tes materi turunan. Pengkategorian tersebut mengacu pada pendapat Budiyono [1] dengan menggunakan acuan norma. Menurut hasil observasi di SMA Negeri 1 Karanganom, faktor yang mempengaruhi hasil belajar siswa terdiri dari faktor internal dan eksternal. Salah satu faktor tersebut adalah rendahnya kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal matematika. Guru mata pelajaran berpendapat bahwa setiap siswa memiliki kemampuan penalaran yang berbeda-beda. Penjelasan guru tersebut sejalan dengan hasil penelitian Sinegar [8] bahwa masing-masing siswa memiliki kemampuan matematis yang berbeda dalam menyelesaikan tugas yang diberikan, Guru mata pelajaran matematika yang mengamput materi turunan dan aplikasi turunan juga mengatakan bahwa dalam menyelesaikan masalah aplikasi turunan siswa cenderung meniru langkah yang pernah diajarkan, sehingga apabila guru memberikan masalah yang berbeda prosedur penyelesaiannya maka siswa mengalami kesulitan. Hal ini juga diperkuat oleh penelitian Nindy Puspitasari [2] berpendapat bahwa faktor pemahaman yang kurang baik dan benar menyebabkan siswa lebih sering belajar dengan menggunakan model tiruan untuk menyelesaikan soal matematika. Wahyudin (dalam Yanto, dkk) mengatakan bahwa hasil belajar matematika siswa selama ini masih belum menggembirakan khususnya dalam aspek penalaran, siswa kurang menggunakan nalar yang logis dalam menyelesaikan masalah matematika [10]. Oleh sebab itu, peneliti ingin mengetahui lebih mendalam mengenai hal tersebut. Alasan menggunakan kedua tipe penalaran matematis berdasarkan kerangka kerja Lithner karena dianggap menyajikan tipe penalaran matematis yang lengkap dan sesuai dengan masalah yang terjadi di SMA Negeri 1 Karanganom. Berdasarkan uraian di atas, kemampuan penalaran matematis siswa dianalisis oleh penulis menggunakan kerangka kerja Lithner dalam menyelesaikan

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan di SMA Negeri 1 Karangnomo pada kelas XI IPA semester 2 tahun ajaran 2018/2019. Waktu penelitian

Penelitian ini termasuk penelitian deskriptif kualitatif. Subjek penelitian ini adalah 6 siswa kelas XI IPA 5 yang dipilih menggunakan teknik sampel bertujuan (*purposive sampling*). Pertimbangan siswa terpilih menjadi subjek penelitian adalah siswa sudah mendapatkan materi terkait turunan fungsi dan aplikasi turunan serta dimungkinkan mampu mengkomunikasikan pemikirannya dengan baik secara lisan maupun tertulis. Teknik pengambilan sampel dalam penelitian ini dimulai dengan melakukan pengkategorian siswa dengan kemampuan awal pada penguasaan materi prasyarat tinggi, sedang, dan rendah pada hasil tes materi turunan fungsi.

Pengkategorian tersebut mengacu pada pendapat Budiyo [1] dengan menggunakan acuan norma. Berikut Tabel 1 pengkategorian penguasaan materi prasyarat.

Tabel 1. Pengkategorian Penguasaan Materi Prasyarat

Nilai Penguasaan Kategori Materi Prasyarat	Kategori Materi Prasyarat
$\text{Nilai} > \bar{x} + 0.5s$	Tinggi
$\bar{x} - 0.5s \leq \text{Nilai} \leq \bar{x} + 0.5s$	Sedang
$\text{Nilai} < \bar{x} - 0.5s$	Rendah

Teknik pengumpulan data adalah dengan menggunakan tes dan wawancara. Tes penguasaan materi prasyarat diberikan kepada semua siswa kelas XI IPA 5, dan kemudian diambil 6 subjek untuk diminta mengerjakan tes kemampuan penalaran matematis sekaligus dilakukan wawancara berbasis tugas. Enam subjek tersebut terdiri dari 2 siswa dengan penguasaan materi prasyarat tinggi, 2 siswa dengan penguasaan materi prasyarat sedang, dan 2 siswa

dengan penguasaan materi prasyarat rendah.

Validasi data dalam penelitian ini adalah triangulasi waktu dengan cara melakukan pemeriksaan melalui wawancara berbasis tugas I dan II dalam waktu dan situasi yang berbeda. Teknik analisis data yang digunakan yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian dilaksanakan di kelas XI MIPA 5 SMA Negeri 1 Karangnomo pada semester genap tahun ajaran 2018/2019. Siswa kelas XI MIPA 5 berjumlah 34 siswa terdiri dari 6 siswa laki-laki dan 28 siswa perempuan. Data yang diperoleh adalah data penguasaan materi prasyarat dan kemampuan penalaran matematis siswa. Siswa diberikan soal tes penguasaan materi prasyarat kemudian dilakukan penskoran dan perhitungan. Hasil tes penguasaan materi prasyarat disajikan dalam Tabel 2.

Tabel 2. Kategori Penguasaan Materi Prasyarat

Kode Soal	Jumlah	Kategori
17, 25, 22, 13, 21, 16, 12, 14, 10, 11, 19, 34, 28	13	Tinggi
15, 27, 32, 2, 1, 30	6	Sedang
20, 23, 29, 9, 10, 31, 26, 33, 24, 8, 9, 7, 3, 4, 18	15	Rendah

Dari hasil Tabel 2, peneliti mengambil enam siswa didasarkan pada dua subjek skor tertinggi, dua subjek skor yang berada ditengah-tengah subjek yang memiliki skor dalam kategori, dan dua subjek skor terendah serta siswa yang mampu mengkomunikasikan pemikirannya dengan baik.

Dalam proses analisis data dan pembahasan, dilakukan pengkodean untuk nama siswa yang dipilih sebagai subjek penelitian. Berikut adalah inisial nama yang terpilih:

a) subjek tinggi pertama menjadi 1

b) subjek tinggi kedua menjadi 2

c) subjek sedang pertama menjadi 3

d) subjek sedang kedua menjadi 4

e) subjek rendah pertama menjadi 5

f) subjek rendah kedua menjadi 6

g) subjek rendah ketiga menjadi 7

h) subjek rendah keempat menjadi 8

i) subjek rendah kelima menjadi 9

j) subjek rendah keenam menjadi 10

k) subjek rendah ketujuh menjadi 11

l) subjek rendah kedelapan menjadi 12

m) subjek rendah kesembilan menjadi 13

n) subjek rendah kesepuluh menjadi 14

o) subjek rendah kesebelas menjadi 15

p) subjek rendah ketabelas menjadi 16

q) subjek rendah ketujuh belas menjadi 17

r) subjek rendah kedelapan belas menjadi 18

s) subjek rendah kesembilan belas menjadi 19

t) subjek rendah kedua puluh menjadi 20

u) subjek rendah kedua puluh satu menjadi 21

v) subjek rendah kedua puluh dua menjadi 22

w) subjek rendah kedua puluh tiga menjadi 23

x) subjek rendah kedua puluh empat menjadi 24

y) subjek rendah kedua puluh lima menjadi 25

z) subjek rendah kedua puluh enam menjadi 26

aa) subjek rendah kedua puluh tujuh menjadi 27

ab) subjek rendah kedua puluh delapan menjadi 28

ac) subjek rendah kedua puluh sembilan menjadi 29

ad) subjek rendah ketiga puluh menjadi 30

ae) subjek rendah ketiga puluh satu menjadi 31

af) subjek rendah ketiga puluh dua menjadi 32

ag) subjek rendah ketiga puluh tiga menjadi 33

ah) subjek rendah ketiga puluh empat menjadi 34

d) subjek sedang kedua menjadi 2

e) subjek rendah pertama menjadi 1 f) subjek rendah kedua menjadi 2

strategi, tahap 3 menerapkan/implementasi strategi, dan tahap 4 simpulan. Paparan mengenai analisis setiap subjek adalah sebagai berikut.

Analisis Data Subjek T₁

Berdasarkan data yang diperoleh melalui wawancara berbasis tugas I dan wawancara berbasis tugas II, subjek T₁ memenuhi indikator tipe penalaran *CR*. Hal ini terbukti dari jawaban tertulis maupun penuturan subjek T₁. Pada tahap 1 mengenai ide/informasi, subjek T₁ menjawab dengan benar dan mengerti maksud soal serta mampu menerjemahkan informasi dengan lengkap dan tepat. Pada tahap 2 mengenai pemilihan strategi yang akan digunakan, subjek T₁ mampu memilih strategi yang belum pernah dipelajari dengan guru matematika di kelasnya, subjek T₁ menggunakan kemampuan penalarannya sendiri untuk menjawab masalah. Pada tahap 3 mengenai implementasi strategi yang digunakan, subjek T₁ mampu menjelaskan bahwa langkah yang dilakukannya berdasarkan pemikiran sebelumnya (tahap 2) dan ketika ditanya mengenai alasan mengapa subjek T₁ menggunakan langkah tersebut, subjek T₁ mampu menjelaskan dengan logis dan masuk akal serta tidak jarang subjek T₁ juga menjelaskan cara lain dalam menyelesaikan masalah tersebut dengan jawaban yang benar. Pada tahap terakhir (simpulan), subjek T₁ selalu menyimpulkan jawaban dari langkah yang dikerjakan sebelumnya dengan lengkap dengan menuliskan kembali apa yang ditanyakan ditambah dengan kata "adalah" dan/atau "=" sebagai penguat bahwa jawaban tersebut sesuai dengan apa yang diminta soal. Menurut

yang diminta pada soal. Dari keempat tahap tersebut, subjek T₂ termasuk subjek dengan penguasaan materi prasyarat tinggi dengan

penjelasan, subjek T₁ selalu menuliskan simpulan pada akhir jawaban dengan jelas sebagai pertanda bahwa soal tersebut sudah selesai dikerjakan sesuai apa yang diminta pada soal. Dari keempat tahap tersebut, subjek T₁ termasuk subjek dengan penguasaan materi prasyarat tinggi yang memiliki kecenderungan kedalam tipe kemampuan penalaran *CR* (*Creative Reasoning*).

Analisis Data Subjek T₂

Berdasarkan data yang diperoleh melalui wawancara berbasis tugas I dan wawancara berbasis tugas II, subjek T₂ memenuhi indikator tipe penalaran *CR*. Hal ini ditunjukkan dari jawaban tertulis maupun penuturan subjek T₂. Pada tahap 1 mengenai ide/informasi, subjek T₂ menjawab dengan benar dan mengerti maksud soal serta mampu menerjemahkan informasi dengan lengkap dan tepat. Pada tahap 2 mengenai pemilihan strategi yang akan digunakan, subjek T₂ mampu memilih strategi yang belum pernah dipelajari dengan guru matematika di kelasnya, subjek T₂ menggunakan kemampuan penalarannya sendiri untuk menjawab masalah. Pada tahap 3 mengenai implementasi strategi yang digunakan, subjek T₂ mampu menjelaskan bahwa langkah yang dilakukannya berdasarkan pemikiran sebelumnya (tahap 2) dan ketika ditanya mengenai alasan mengapa subjek T₂ menggunakan langkah tersebut, subjek T₂ mampu menjelaskan dengan logis dan masuk akal serta tidak jarang subjek T₂ juga menjelaskan cara lain dalam menyelesaikan masalah tersebut dengan jawaban yang benar. Pada tahap terakhir (simpulan), subjek T₂ selalu menyimpulkan jawaban dari langkah yang dikerjakan sebelumnya dengan lengkap dengan menuliskan kembali apa yang ditanyakan ditambah dengan kata "adalah" dan/atau "=" sebagai penguat bahwa jawaban tersebut sesuai apa yang diminta soal. Menurut penjelasan, subjek T₂ selalu menuliskan simpulan pada akhir jawaban dengan jelas sebagai pertanda bahwa soal tersebut sudah selesai dikerjakan sesuai apa tipe kemampuan penalaran *CR* (*Creative Reasoning*).

Analisis Data Subjek S₁

Berdasarkan data yang diperoleh melalui wawancara berbasis tugas I dan wawancara berbasis tugas II, subjek S₁ memenuhi indikator tipe penalaran *AR*. Hal ini ditunjukkan dari jawaban tertulis maupun penuturan dari subjek S₁. Pada tahap 1 mengenai situasi problematik, subjek S₁ tidak menuliskan ide/informasi secara lengkap serta tidak menuliskan informasi mengenai yang diketahui dan ditanyakan. Subjek S₁ mengatakan bahwa beberapa soal dia memahami benar, tetapi beberapa soal lain tidak ia pahami dengan benar. Menurut penjelasan, subjek S₁ mengatakan bahwa ia tidak pernah menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal karena dirasa tidak perlu. Pada tahap 2 mengenai memilih strategi, subjek S₁ memilih strategi yang pernah diajarkan dan dipelajari di kelasnya, strategi yang digunakan benar tetapi subjek S₁ sering menuliskannya tidak runtut dan sistematis. Menurut penjelasan, hal tersebut dikarenakan subjek S₁ hanya mengingat saja. Pada tahap 3 mengenai implementasi strategi yang digunakan, subjek S₁ menjelaskan bahwa subjek S₁ menerapkan langkah sebelumnya (tahap 2) dengan prosedur kepenulisan yang sesuai dengan yang pernah dipelajarinya. Pada beberapa soal subjek S₁ tidak melakukan pengecekan ulang sehingga beberapa soal keliru dalam proses pencapaian jawaban serta hasil akhir (yang diminta soal). Dalam beberapa soal, subjek S₁ juga kurang memahami maksud soal karena belum pernah dikerjakan sebelumnya. Menurut penjelasan dan penuturan yang disampaikan, subjek S₁ beberapa kali tidak begitu mengerti langkah yang dituliskannya karena beberapa soal tidak benar-benar dipahami dan jarang diberikan ketika latihan. Pada tahap terakhir (simpulan), subjek S₁ tidak pernah

yang sesuai dengan yang pernah dipelajarinya. Pada beberapa soal subjek S₂

menuliskan simpulan akhir dari penyelesaian jawaban yang diminta. Subjek S₁ hanya menuliskan jawaban akhir dari proses perhitungan, tetapi tidak menyimpulkan keseluruhan dari pertanyaan dan permintaan soal. Menurut penjelasan subjek S₁ tidak pernah menuliskan simpulan akhir karena subjek S₁ merasa hal tersebut menyita waktu dan tempat, dan mubadzir dilakukan karena sudah jelas dituliskan pada soal. Dari keempat tahap tersebut, subjek S₁ termasuk subjek dengan penguasaan materi prasyarat sedang dengan tipe kemampuan penalaran *AR* (*Algorithmic Reasoning*).

Analisis Data Subjek S₂

Berdasarkan data yang diperoleh melalui wawancara berbasis tugas I dan wawancara berbasis tugas II, subjek S₂ memenuhi indikator tipe penalaran *AR*. Hal ini ditunjukkan dari jawaban tertulis maupun penjelasan dari subjek S₂. Pada tahap 1 mengenai situasi problematik, subjek S₂ tidak menuliskan ide/informasi secara lengkap serta tidak menuliskan informasi mengenai yang diketahui dan ditanyakan. Subjek S₂ mengatakan bahwa beberapa soal dia memahami benar, tetapi beberapa soal lain tidak ia pahami dengan benar. Hal ini ditunjukkan dengan strategi yang digunakan subjek S₂. Menurut penjelasan, subjek S₂ mengatakan bahwa ia tidak pernah menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal malas untuk menuliskan (pada lembar soal sudah ada). Pada tahap 2 mengenai memilih strategi, subjek S₂ memilih strategi yang pernah diajarkan dan dipelajari di kelasnya, strategi yang digunakan benar tetapi subjek S₂ sering menuliskannya tidak runtut dan sistematis serta subjek S₂ tidak benar-benar paham alasan digunakannya langkah tersebut untuk beberapa nomor. Menurut penjelasan, hal tersebut dikarenakan subjek S₂ hanya mengingat saja. Pada tahap 3 mengenai implementasi strategi yang digunakan, subjek S₂ menjelaskan bahwa subjek S₂ menerapkan langkah sebelumnya (tahap 2) dengan prosedur kepenulisan tidak melakukan pengecekan ulang sehingga beberapa soal keliru dalam proses pencapaian

jawaban serta hasil akhir (yang diminta soal). Dalam beberapa soal, subjek S₂ juga kurang memahami maksud soal karena belum pernah dikerjakan sebelumnya. Menurut penjelasan yang disampaikan, subjek S₂ beberapa kali tidak begitu mengerti langkah yang dituliskannya karena ada soal yang jarang diberikan ketika latihan. Pada tahap terakhir (simpulan), subjek S₂ tidak pernah menuliskan simpulan akhir dari penyelesaian jawaban yang diminta. Subjek S₂ hanya menuliskan jawaban akhir dari proses perhitungan, tetapi tidak menyimpulkan keseluruhan dari pertanyaan dan permintaan soal, serta tidak memberi penanda bahwa jawaban tersebut adalah penyelesaian akhir pada soal. Menurut penjelasan subjek S₂ tidak pernah menuliskan simpulan akhir karena subjek S₂ merasa malas dan sudah jelas dituliskan pada soal sehingga tidak perlu dituliskan ulang. Dari keempat tahap tersebut, subjek S₂ termasuk subjek dengan penguasaan materi prasyarat sedang dengan tipe kemampuan penalaran *AR (Algorithmic Reasoning)*.

Analisis Data Subjek R₁

Berdasarkan data yang diperoleh melalui wawancara berbasis tugas I dan wawancara berbasis tugas II, subjek R₁ memenuhi indikator tipe penalaran *MR*. Hal ini ditunjukkan dari jawaban tertulis maupun penjelasan dari subjek R₁. Pada tahap 1 mengenai situasi problematik, subjek R₁ selalu menuliskan ide/informasi secara lengkap mengenai yang diketahui dan ditanyakan. Subjek R₁ mengatakan bahwa beberapa soal bisa dikerjakan karena hampir sama dengan yang pernah dipelajari di kelas bersama guru. Hal ini ditunjukkan dengan strategi yang digunakan subjek R₁. Menurut penjelasan, subjek R₁ mengatakan bahwa karena guru mengajarkan menulis-kan diketahui dan ditanyakan maka ia

tidak mempunyai bayangan mengerjakannya. Dari keempat tahap tersebut, subjek R₁ termasuk subjek dengan penguasaan materi prasyarat rendah dengan tipe kemampuan penalaran *MR (Memorized Reasoning)*.

selalu menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal. Pada tahap 2 mengenai strategi yang digunakan, subjek R₁ memilih strategi yang pernah diajarkan dan dipelajari di kelasnya, strategi yang digunakan benar tetapi ada beberapa strategi yang tidak tepat. Hal tersebut diduga karena subjek R₁ hanya meniru langkah yang pernah diberikan tanpa benar-benar memahami maksud soal. Subjek R₁ sering menuliskannya dengan urut dan sistematis serta subjek R₁ tidak benar-benar paham alasan digunakannya langkah tersebut untuk beberapa nomor. Menurut penjelasan, hal tersebut dikarenakan subjek R₁ hanya mengingat saja. Pada tahap 3 mengenai implementasi strategi yang digunakan, subjek R₁ menjelaskan bahwa subjek R₁ menerapkan langkah sebelumnya (tahap 2) dengan prosedur kepenulisan yang sesuai dengan yang pernah dipelajarinya. Pada beberapa soal subjek R₁ tidak melakukan pengecekan ulang sehingga beberapa soal keliru dalam proses pencapaian jawaban serta hasil akhir (yang diminta soal). Dibandingkan subjek dengan tipe penalaran *AR*, subjek R₁ lebih banyak melakukan kesalahan karena hanya meniru tanpa memahami maksud soal dengan baik serta tidak paham alasan strategi tersebut digunakan. Dalam beberapa soal, subjek R₁ juga kurang memahami maksud soal karena belum pernah dikerjakan sebelumnya. Pada tahap terakhir (simpulan), subjek R₁ selalu

menuliskan simpulan akhir dari penyelesaian jawaban yang diminta. Subjek R₁ menuliskan jawaban akhir dari proses perhitungan diawali dengan kalimat awal seperti “Jadi” dan diikuti kalimat pertanyaan yang diminta soal, selanjutnya diakhiri dengan jawaban dari perolehan hitungan pada prosedur yang diterapkan sebelumnya. Menurut penjelasan subjek R₁ selalu menuliskan simpulan akhir karena sesuai dengan yang diajarkan oleh guru di kelas. Pada beberapa soal, subjek R₁ benar-benar tidak paham dan mengerti penyelesaiannya karena soal tersebut tidak pernah diajarkan sebelumnya sehingga subjek R₁

Analisis Data Subjek R₂

Berdasarkan data yang diperoleh melalui wawancara berbasis tugas I dan wawancara berbasis tugas II, subjek R₂

memenuhi indikator tipe penalaran *MR*. Hal ini ditunjukkan dari jawaban tertulis maupun penjelasan dari subjek R₂. Pada tahap 1 mengenai situasi problematik, subjek R₂ selalu menuliskan ide/informasi secara lengkap mengenai yang diketahui dan ditanyakan. Subjek R₂ mengatakan bahwa soal-soal yang dapat ia selesaikan karena soal tersebut sudah pernah diberikan sebelumnya oleh guru di kelas. Hal ini ditunjukkan dengan strategi yang digunakan subjek R₂. Menurut penjelasan, subjek R₂ mengatakan bahwa karena guru mengajarkan menuliskan diketahui dan ditanyakan maka ia selalu menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal. Pada tahap 2 mengenai strategi yang digunakan, subjek R₂ memilih strategi yang pernah diajarkan dan dipelajari di kelasnya, strategi yang digunakan benar dan ada beberapa strategi yang tidak tepat. Hal tersebut diduga karena subjek R₂ hanya meniru langkah yang pernah diberikan tanpa benar-benar memahami maksud soal. Subjek R₂ menuliskannya dengan urut dan sistematis serta subjek R₂ tidak benar-benar paham alasan digunakannya langkah tersebut untuk beberapa nomor. Menurut penjelasan, hal tersebut dikarenakan subjek R₂ hanya mengandalkan ingatan saja. Pada tahap 3 mengenai implementasi strategi yang digunakan, subjek R₂ menjelaskan bahwa subjek R₂ menerapkan langkah sebelumnya (tahap 2) dengan prosedur kepenulisan yang sesuai dengan yang pernah dipelajarinya. Pada saat menghitung nilai turunan, subjek R₂ mengalami kesulitan dalam menurunkan karena subjek R₂ kurang menguasai turunan dengan baik. Subjek R₂ melakukan kesalahan karena

tugas yang dilakukan pada subjek diperoleh bahwa subjek memahami permasalahan

hanya meniru tanpa memahami maksud soal dengan baik serta tidak paham alasan digunakannya strategi tersebut. Dalam beberapa soal, subjek R₂ juga kurang memahami maksud soal karena belum pernah dikerjakan sebelumnya. Pada tahap terakhir (simpulan), subjek R₂ selalu menuliskan simpulan akhir dari penyelesaian jawaban yang diminta. Subjek R₂ menuliskan jawaban akhir dari proses perhitungan diawali dengan kalimat awal seperti “Jadi” dan diikuti kalimat pertanyaan yang diminta soal, selanjutnya diakhiri dengan jawaban dari perolehan hitungan pada prosedur yang diterapkan sebelumnya. Menurut penjelasan subjek R₂ selalu menuliskan simpulan akhir karena sesuai dengan yang diajarkan oleh guru di kelas. Ada soal dimana subjek R₂ benar-benar tidak paham dan mengerti penyelesaiannya karena soal tersebut tidak pernah diajarkan sebelumnya sehingga subjek R₂ tidak dapat menyelesaikannya hingga akhir dan tidak memberikan simpulan akhir. Dan walaupun tidak menuliskan simpulan akhir, peneliti menanyakan apabila soal tersebut terselesaikan maka subjek R₂ akan selalu memberikan simpulan. Dari keempat tahap tersebut, subjek R₂ termasuk subjek dengan penguasaan materi prasyarat rendah dengan tipe kemampuan penalaran *MR* (*Memorized Reasoning*).

Berikut disajikan uraian alasan subjek memiliki tipe kemampuan penalaran matematis menurut kerangka kerja Lithner berdasarkan kemampuan penguasaan materi prasyarat (turunan fungsi) tinggi, sedang, dan rendah.

Tipe Kemampuan Penalaran Matematis pada Subjek dengan Penguasaan Materi Prasyarat Tinggi

Berdasarkan hasil dari pemaparan deskriptif pada subjek dengan kemampuan penguasaan materi prasyarat tinggi tergolong bertipe kemampuan penalaran matematis *CR* (*Creative Reasoning*). Berikut penjelasan yang dapat memperkuat hal tersebut. Pada tahap 1, berdasarkan hasil pekerjaan dan wawancara berbasis matematika kemudian menuliskannya secara lengkap dan tepat. Pada tahap 2, berdasarkan

hasil pekerjaan dan wawancara berbasis tugas yang dilakukan pada subjek pada tahap ini diperoleh bahwa subjek mampu memilih strategi baru dalam menyelesaikan masalah matematika yang diberikan. Strategi baru yang digunakan memungkinkan strategi yang pernah dipelajari sebelumnya, akan tetapi subjek tidak memperhatikan saat diberi penjelasan di kelas dan subjek membuat strategi baru yang lebih efisien dan memahami dengan benar alasan digunakannya strategi tersebut. Hal tersebut sesuai dengan penjelasan Lithner [4] mengenai kriteria kebaruan *CR* yaitu penalaran baru yang dibuat atau dilupakan kemudian dibuat kembali. Pada tahap 3, berdasarkan hasil pekerjaan dan wawancara berbasis tugas yang dilakukan pada subjek diperoleh bahwa subjek mampu menerapkan atau mengimplementasikan strategi yang digunakannya pada tahap sebelumnya dengan baik dan benar serta memperoleh hasil perhitungan yang tepat. Subjek mampu mempertahankan argumen dan meneruskan langkah dengan alasan yang logis dan masuk akal. Ini berarti subjek tidak hanya meniru prosedur yang diajarkan guru di kelas, akan tetapi paham langkah yang diambilnya dalam menyelesaikan masalah matematika yang diberikan. Dalam menerapkan strategi, subjek memungkinkan meniru langkah akan tetapi mampu menjelaskan alasan langkah tersebut digunakan. Hal ini sesuai dengan penjelasan Lithner [4] bahwa termasuk kriteria masuk akal *CR* yaitu argumen yang mendukung pilihan strategi yang akan digunakan dalam implementasi dalam menyelesaikan masalah matematika. Lithner [4] juga menjelaskan bahwa tipe kemampuan penalaran *CR* terletak pada nilai masuk akal dan logis yang disampaikan pada subjek (penalar). Pada tahap 4, berdasarkan hasil pekerjaan dan wawancara berbasis tugas yang dilakukan pada subjek pada tahap simpulan

materi sedang dapat dikategorikan ke dalam tipe kemampuan penalaran matematis *AR* (*Algorithmic Reasoning*). Pada tahap 3,

diperoleh bahwa subjek mampu menyimpulkan dengan baik dan lengkap mengacu pada langkah-langkah yang dilakukan sebelumnya.

Tipe Kemampuan Penalaran Matematis pada Subjek dengan Penguasaan Materi Prasyarat Sedang

Berdasarkan hasil dari pemaparan deskriptif pada subjek dengan kemampuan penguasaan materi prasyarat sedang tergolong bertipe kemampuan penalaran matematis *AR* (*Algorithmic Reasoning*). Berikut penjelasan yang dapat memperkuat hal tersebut. Pada tahap 1, berdasarkan hasil pekerjaan dan wawancara berbasis tugas yang dilakukan pada subjek pada tahap situasi problematik diperoleh bahwa subjek memahami permasalahan matematika kemudian menuliskannya secara lengkap dan tepat berdasarkan apa yang diperolehnya pada soal. Selain itu, subjek juga menuliskan informasi tersebut agar soal jelas dan guru di kelas mengajarkan hal serupa. Pada tahap 2, berdasarkan hasil pekerjaan dan wawancara berbasis tugas yang dilakukan pada subjek pada tahap memilih strategi diperoleh bahwa subjek mampu memilih strategi yang diperolehnya pada saat pembelajaran di kelas. Strategi yang diperolehnya menirukan konsep dan prosedur penyelesaian yang pernah dipelajari. Dan subjek paham mengenai apa yang ditulisnya tetapi tidak dapat memberi penjelasan mengenai alasan lain diperbolehkannya memilih strategi lain. Dalam beberapa situasi, subjek tidak mengerti dan tidak dapat memprediksi jawaban akan diperolehnya. Hal tersebut sesuai dengan penjelasan Lithner [4] bahwa strategi yang digunakan pada subjek tidak mendalam atau dengan kata lain tidak dapat memprediksi jawaban tersebut akan seperti apa. Sesuai dengan penjelasan Lithner [4] mengenai strategi yang digunakan berdasarkan yang diingatnya secara umum saja serta tidak memberikan alasan/ argumen lain. Dari penjelasan, deskripsi, dan analisis yang dijabarkan sebelumnya, subjek dengan kemampuan penguasaan berdasarkan hasil pekerjaan dan wawancara berbasis tugas yang dilakukan pada subjek pada tahap menerapkan atau implementasi

strategi diperoleh bahwa subjek mampu menerapkan atau mengimplementasikan strategi yang digunakannya pada tahap sebelumnya dengan baik dan benar. Perhitungan yang dilakukan subjek tidak selalu benar. Pada beberapa soal subjek mengalami kekeliruan dalam menghitung karena tidak teliti. Dalam menerapkan strategi, subjek meniru langkah tetapi mampu menjelaskan alasan langkah yang digunakan tersebut walaupun alasan tersebut tergolong lemah karena terdiri atas perhitungan pada aturan tertentu. Dari uraian tersebut subjek dengan kemampuan penguasaan materi prasyarat *AR*. Hal ini sesuai dengan penjelasan Lithner [4] bahwa pada tahap implementasi strategi *AR* strategi yang diimplementasikan terdiri atas perhitungan-perhitungan pada aturan tertentu. Pada tahap 4, berdasarkan hasil pekerjaan dan wawancara berbasis tugas yang dilakukan pada subjek pada tahap simpulan diperoleh bahwa subjek tidak pernah menuliskan simpulan terkait penyelesaian prosedur yang dilakukan pada langkah-langkah sebelumnya. Tetapi sebagian besar subjek mampu menyelesaikan soal dengan baik.

Tipe Kemampuan Penalaran Matematis pada Subjek dengan Penguasaan Materi Prasyarat Rendah

Berdasarkan hasil dari pemaparan deskriptif pada subjek dengan kemampuan penguasaan materi prasyarat tinggi tergolong bertipe kemampuan penalaran matematis *MR* (*Memorized Reasoning*). Berikut penjelasan yang dapat memperkuat hal tersebut. Pada tahap 1, berdasarkan hasil pekerjaan dan wawancara berbasis tugas yang dilakukan pada subjek pada tahap situasi problematik diperoleh bahwa subjek memahami permasalahan matematika kemudian menuliskannya

implementasikan strategi hanya dengan menuliskannya dan dibangun di atas ingatan (memori). Tahap 4, berdasarkan

secara lengkap dan tepat berdasarkan apa yang diperolehnya pada soal. Selain itu, subjek juga menuliskan informasi tersebut agar soal jelas. Subjek menuliskan informasi dengan lengkap sebelum mengerjakan karena meniru langkah yang dilakukan oleh guru. Pada tahap 2, berdasarkan hasil pekerjaan dan wawancara berbasis tugas yang dilakukan pada subjek pada tahap memilih strategi diperoleh bahwa subjek mampu memilih strategi yang diperolehnya pada saat pembelajaran di kelas. Strategi yang diperolehnya hanya menirukan dan mengingat jawaban dengan lengkap. Dan subjek mengerti maksud soal yang dituliskannya tetapi tidak dapat memberi penjelasan mengenai alasan digunakannya strategi tersebut. Hal tersebut sesuai dengan penjelasan Lithner [4] bahwa pemilihan strategi didasarkan pada mengingat jawaban yang lengkap. Dari penjelasan, deskripsi, dan analisis yang dijabarkan sebelumnya, subjek dengan kemampuan penguasaan materi rendah dapat dikategorikan ke dalam tipe kemampuan penalaran matematis *MR* (*Memorized Reasoning*). Tahap 3, berdasarkan hasil pekerjaan dan wawancara berbasis tugas yang dilakukan pada subjek pada tahap menerapkan atau implementasi strategi diperoleh bahwa subjek mampu menerapkan atau mengimplementasikan strategi yang digunakannya pada tahap sebelumnya dengan hanya menuliskannya dan dengan mengedepankan ingatan. Perhitungan yang dilakukan subjek tidak selalu benar. Pada beberapa soal subjek mengalami kekeliruan dalam menghitung karena kesalahan konsep dan subjek tidak mendalam dalam penguasaan materi. Dalam menerapkan strategi, subjek meniru langkah tetapi tidak mampu menjelaskan alasan langkah yang digunakan tersebut. Dari penjelasan, deskripsi, paparan yang diuraikan tersebut pada subjek dengan kemampuan penguasaan materi prasyarat dapat dikategorikan memiliki tipe kemampuan penalaran matematis *MR*. Hal ini sesuai dengan penjelasan Lithner [4] bahwa pada tahap implementasi strategi *MR* menghasilkan pekerjaan dan wawancara berbasis tugas yang dilakukan pada subjek pada tahap simpulan diperoleh bahwa subjek

selalu menuliskan simpulan terkait penyelesaian prosedur yang dilakukan pada langkah-langkah sebelumnya. Tetapi subjek memungkinkan untuk melakukan kesalahan dalam menghitung maupun kurangnya dalam memahami soal pada langkah sebelumnya sehingga menyebabkan kemungkinan kesalahan dalam menuliskan simpulan.

SIMPULAN DAN SARAN

Data dari hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa subjek dengan penguasaan materi prasyarat tinggi memiliki tipe penalaran *creative reasoning (CR)*, subjek dengan penguasaan materi prasyarat sedang memiliki tipe kemampuan penalaran *algorithmic reasoning (AR)*, dan subjek dengan penguasaan materi prasyarat rendah memiliki tipe penalaran *memorized reasoning (MR)*. Dari hasil penelitian ini, diberikan saran agar pembaca dapat mengambil tindakan lebih baik. Guru hendaknya lebih memperhatikan siswa dan mengetahui tingkat penalaran matematis-nya agar guru dapat mengambil langkah. Guru lebih banyak memberikan soal yang bervariasi terkait materi aplikasi turunan karena banyak siswa yang belum paham mengenai materi tersebut. Hal tersebut guna membuat siswa lebih banyak mempunyai referensi soal. Guru dapat memberikan lebih banyak tes latihan baik dari soal-soal yang biasa keluar ataupun soal-soal lain yang membuat guru dapat membedakan penalaran setiap anak sehingga guru dapat memberikan perlakuan yang adil untuk anak-anak yang memiliki penalaran yang berbeda. Siswa hendaknya lebih mengasah pengetahuannya dengan mencari soal-soal yang dapat memicu perkembangan kemampuan penalaran matematis dalam menyelesaikan masalah. Misalnya dengan menggunakan alternatif

jawaban yang lain dengan lingkup materi yang sama dan menghasilkan penyelesaian jawaban yang sama pula. Hal itu berguna untuk meningkatkan potensi yang ada dalam diri masing-masing siswa. Bagi peneliti lain yang tertarik menggali lebih lanjut mengenai kemampuan penalaran matematis Lithner, dapat meninjau dari sudut yang berbeda, misalnya ditinjau dari kreativitas siswa, ke-cerdasan logis siswa, dan lain sebagainya. Bagi peneliti yang tertarik mengetahui lebih dalam mengenai kemampuan penalaran matematis, dapat digunakan kerangka kerja yang lain, misalnya kerangka kerja Schoenfeld.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Budiyo. (2017). *Pengantar Metodologi Penelitian Pendidikan*. Surakarta: UNS Press.
- [2] Giarto, N.P. (2016). *Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Ditinjau Dari Gaya Belajar Siswa SMP Negeri 1 Sidareja*. Skripsi. Universitas Muhammadiyah Purwokerto
- [3] Lithner, J. (2006). *A Framework for Analyzing Creative and Imitative Mathematics Reasoning*. Diperoleh 03 Februari 2019, dari <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.466.7119&rep=rep1&type=pdf>.
- [4] Lithner, J. (2008). A Research Framework for Creative and Imitative Mathematics Reasoning (Versi Elektronik). *Educational Studies in Mathematics*, 3(67), 255-276. Diperoleh 12 Februari 2019, dari <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-007-9104-2#citeas>
- [5] Lithner, J. (2012). Mathematical Reasoning In Teacher's Presentations. *The Journal of Mathematical Behavior: JAI*, 31(2), 252-269. Diperoleh 12 Februari 2019, dari <https://eric.ed.gov/?id=EJ958480>
- [6] National Council of Teacher of Mathematics. (2000). "Principles and Standards for School Mathematics.", dalam <https://www.nctm.org/uploaded>

[Files/Standards_and_Positions/PSSM](#)

[ExecutiveSummary.pdf](#), diakses 02
Februari 2019

- [7] Sinegar N. (2016). Meninjau Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMP melalui Wawancara Berbasis Tugas Geometri. *Jurnal Pendidikan Matematika STKIP Garut*, 5(2), 135. Diperoleh 08 Juli 2019, dari <http://2-e-mosharofa.org/>
- [8] Subanidro. (2012). Pengembangan Perangkat Pembelajaran Trigonometri Berorientasikan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematika. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika 2012*, FKIP Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta.
- [9] Suherman, E. (2005). *Evaluasi Proses dan Hasil Belajar Matematika*. Jakarta: Depdikbud
- [10] Yanto, dkk. (2007). Mengembangkan Kemampuan Penalaran dan Koneksi Matematik Siswa SMA Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah. *Jurnal Education*, 1(2). Diperoleh pada Senin 02 September 2019 dari http://file.upi.edu/Direktori/JURNAL/EDUCATIONIST/Vol_I_No._2Juli2007/6_Yanto_Permana_Layout2rev.pdf.