

PENGGUNAAN EKUILIBRIUM NASH DALAM PENENTUAN SOLUSI OPTIMAL VARIABEL KEPUTUSAN (*ECONOMIC ORDER QUANTITY*) DARI MODEL MATEMATIKA INVENTORI

Rubono Setiawan¹⁾, Henny Ekana Chrisnawati²⁾, Yemi Kuswardi³⁾

^{1), 2), 3)} Program Studi Pendidikan Matematika

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Jalan Ir. Sutami No. 36 A Kentingan Surakarta

Email korespondensi : ¹⁾rubono.matematika@staff.uns.ac.id

Abstrak

Model inventori merupakan model matematika yang untuk menjelaskan kondisi dari sistem rantai pasok produksi. Analisa optimum dari model inventori adalah untuk menentukan *Economic Order Quantity* (EOQ) dari variabel keputusan yang mempengaruhi total biaya dari sistem rantai pasok. EOQ merupakan nilai variabel keputusan yang menentukan untuk dapat mendapatkan total biaya yang minimum dari sistem. Analisa keoptimalan secara analitik menggunakan teknik optimasi kalkulus yaitu kriteria Karush – Kuhn – Tucker (KKT). Dalam hal ini penggunaan skema ekuilibrium Nash digunakan untuk menjelaskan skema optimasi saat tiap pihak dalam sistem rantai pasok tersebut memilih untuk tidak melakukan kerjasama (non-kooperatif). Tiap – tiap pihak memilih untuk menentukan strategi optimum sendiri dengan berdasarkan observasi terhadap perubahan strategi dari pihak yang lain. Dalam artikel ini akan dijelaskan bagaimana menentukan EOQ dari suatu sistem rantai pasok dua *echelon* (level) dengan menggunakan skema ekuilibrium Nash, baik secara analitik maupun algoritmik.

Kata kunci: Ekuilibrium Nash, Model Inventori, EOQ

PENDAHULUAN

Penelitian terkait model inventori dalam manajemen rantai pasok telah berkembang pesat untuk mendapatkan model matematika yang dapat menggambarkan kondisi riil dari sistem rantai pasok dengan berbagai macam kondisi. Salah satu hal penting yang menentukan dalam membentuk model matematika inventori adalah strategi seperti apa yang dipilih dan digunakan oleh tiap pihak yang berpartisipasi dalam suatu sistem rantai pasok. Hal tersebut terkait apakah saling bekerjasama, tidak saling bekerjasama, atau terdapat pihak yang mendominasi sehingga keputusan optimal harus mengikuti pihak yang dominan atau biasa disebut *leader*. Pilihan tersebut menjadi dasar dalam penentuan fungsi total biaya tiap – tiap pihak dan juga sebagai dasar dalam penentuan fungsi

tujuan yang akan dioptimalkan untuk menentukan nilai optimum dari variabel keputusan yang berpengaruh dalam sistem rantai pasok tersebut. Nilai optimum tersebut disebut sebagai *Economic Order Quantity* (EOQ). Pada awalnya penelitian terkait model inventori multi-level dalam hal ini dua-level menggunakan skema integrasi. Skema integrasi tersebut disebut sebagai inventori terintegrasi (*integrated inventory*) dan diperkenalkan pertamakali oleh Goyal [7], yang kemudian banyak digunakan oleh peneliti yang lain seperti Abad dan Jaggi [2], Huang [3], Lin [4], Hsu and Hsu [5], Setiawan and Triyanto [11].

Pada perkembangannya, tidak selamanya bahwa tiap – tiap pihak dalam sistem rantai pasok memilih untuk saling bekerjasama dengan menggunakan strategi integrasi. Terkadang ada yang memilih

untuk tidak bekerjasama dan menentukan keputusan optimal sendiri untuk kepentingannya sendiri berdasarkan pilihan strategi pihak lain. Terdapat juga kondisi dimana salah satu pihak lebih mendominasi daripada pihak lain. Dengan berbagai pertimbangan, pemilihan strategi tersebut disesuaikan dengan kondisi dari rantai pasok itu sendiri. Secara matematika analisa keoptimalan berdasarkan kemungkinan strategi yang digunakan dapat dianalisa menggunakan teori permainan. Dalam konsep teori permainan terdapat tiga jenis ekuilibrium yang digunakan yaitu ekuilibrium Nash, ekuilibrium Stackelberg dan optimal Pareto. Dalam kajian referensi terdapat beberapa peneliti yang menggunakan konsep ekuilibrium tersebut dalam penentuan EOQ dari model rantai pasok yang sedang diteliti. Namun dalam referensi – referensi tersebut masih berfokus pada model inventory yang bersifat deterministik. Penentuan asumsi merupakan awal yang penting dalam penentuan model matematika. Dalam perkembangan terkini di bidang manajemen rantai pasok, produk yang dihasilkan oleh pihak Produsen / Pabrik (*Manufacturer*) dan distribusikan ke pihak lain seperti Pengecer (*Retailer*) tidak selalu semuanya sempurna dalam hal kualitas. Sangat beralasan jika menganggap bahwa terdapat produk dengan kualitas tidak sempurna. Hal tersebut dapat diakibatkan karena adanya proses produksi yang tidak sempurna sehingga memunculkan sejumlah produk yang cacat / rusak atau disebabkan karena masalah saat proses pengiriman. Penelitian model inventori dengan melibatkan kondisi produk yang tidak sempurna (*Imperfect Quality*) telah dilakukan oleh beberapa peneliti seperti Khan et al. [9], Salameh dan Jaber [10], Lin [16], Lin [19], Yang et al. [22], Sana [24], dan Chang et. al [26]. Mengingat pentingnya penggunaan asumsi tersebut, maka dalam penelitian ini masih digunakan asumsi adanya *imperfect quality* dalam sistem

rantai pasok. Berdasarkan penjelasan tersebut, tim peneliti tertarik untuk meneliti dan menjelaskan lebih lanjut terkait dengan penggunaan konsep ekuilibrium Nash dalam analisa penentuan EOQ dari model inventori dimana pihak – pihak didalamnya memilih untuk tidak saling bekerjasama namun tidak ada pihak yang mendominasi. Dalam penjelasan ini juga disertai contoh penggunaan pada model inventori dua level yang bersifat probabilistik dan memperhatikan adanya produk dengan kualitas tidak sempurna. Artikel ini ditulis dengan susunan sebagai berikut. Bab I Pendahuluan, Bab II Metodologi, Bab. III. Hasil dan Pembahasan Bab.IV Penutup.

METODOLOGI

Penelitian ini merupakan penelitian teoritis berdasarkan kajian referensi, teori – teori terkait dan juga hasil penelitian sebelumnya. Kajian referensi terkait dengan permasalahan optimasi dalam manajemen rantai pasok, konsep model inventori multiechelon, konsep *Economic Order Quantity* (EOQ) dari suatu model inventori, teori permainan dan aplikasi teori permainan dalam model inventori. Penjelasan dalam bentuk naratif deskriptif mengenai pengertian ekuilibrium Nash, penggunaannya dalam penentuan EOQ dari model inventori baik secara analitik matematik maupun secara algoritmik. Penjelasan dijabarkan dalam cakupan contoh suatu model inventori yang bersifat probabilistik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penentuan nilai optimum dari variabel keputusan dari model inventori disebut juga penentuan *Economic Order Quantity* (EOQ). Nilai optimum tersebut merupakan nilai yang mempengaruhi fungsi total biaya dari sistem tersebut secara keseluruhan. Karena fungsi total biaya yang dibentuk umumnya adalah fungsi konveks, dengan demikian nilai optimum yang didapat akan menjadikan fungsi total biaya menjadi bernilai minimum, sehingga

dapat memaksimalkan keuntungan yang didapat dari sistem. Dalam artikel ini akan diambil model inventori dua – *echelon* (dua level) sebagai contoh penjelasan.

Model inventori *dua – echelon* (dua level) merupakan model inventori untuk menggambarkan kondisi rantai pasok dengan dua pihak yang berinteraksi di dalamnya. Sebagai contoh dari model ini adalah model inventori vendor – buyer, model inventori pemasok (*supplier*) – pemanufaktur (*manufacturer*), model inventori pemanufaktur (*manufacturer*) – pengecer (*retailer*). Dalam model inventori multi – echelon, sebelum penentuan fungsi total biaya dari sistem secara keseluruhan, terlebih dahulu ditentukan fungsi total biaya untuk tiap – tiap pihak. Sebagai contoh dalam model vendor – buyer, terdapat dua fungsi total biaya individual yaitu fungsi total biaya untuk pihak *vendor* dan fungsi total biaya untuk pihak *buyer*. Penentuan fungsi total biaya (baik secara eksplisit maupun implisit) dari sistem rantai pasok sangat tergantung dari pilihan strategi yang digunakan oleh tiap pihak dalam sistem rantai pasok tersebut. Penelitian tentang model inventori sampai sekarang lebih umum menggunakan skema integrasi sebagai representasi dari strategi kerjasama. Kerjasama antar kedua belah pihak untuk mendapat keuntungan bersama jangka panjang. Namun faktanya kondisi dalam sistem rantai pasok sangat beragam dan tidak selalu ada kerjasama antar pihak didalamnya. Strategi yang digunakan oleh pihak didalam sistem rantai pasok tergantung dari kondisi dan karakteristik dari sistem rantai pasok itu sendiri. Dalam matematika terdapat teori yang dapat digunakan untuk menganalisa suatu hasil optimum berdasarkan strategi yang dipilih oleh tiap – tiap pemain dalam suatu kompetisi yaitu teori permainan. Dalam teori permainan sendiri terdapat beberapa konsep ekuilibrium untuk menjelaskan nilai optimum dari suatu kondisi – kondisi khusus dalam kompetisi tersebut. Sebagai contoh adalah ekuilibrium Nash, ekuilibrium Stackelberg

dan optimal Pareto. Dengan demikian konsep ekuilibrium tersebut juga dapat digunakan untuk menentukan nilai optimum atau EOQ dari suatu sistem rantai pasok dengan kondisi berdasarkan pemilihan strategi – strategi tertentu. Salah satu ekuilibrium yang menjadi pembahasan dalam artikel ini adalah ekuilibrium Nash. Sesuai dengan definisi dari ekuilibrium Nash, ekuilibrium ini dapat diterapkan untuk menentukan EOQ dari suatu sistem rantai pasok, saat tiap – tiap pihak di dalam sistem tersebut memilih untuk melakukan strategi optimalnya sendiri – sendiri (strategi non-cooperative) berdasarkan observasi terhadap strategi pihak lain.

Dalam proses penentuan nilai ekuilibrium Nash, tidak diperlukan membentuk fungsi total biaya dari keseluruhan sistem terlebih dahulu. Nilai optimum didapatkan dengan menerapkan proses optimasi matematika terhadap fungsi total biaya tiap – tiap pihak sebagai respon optimal. Berikut diberikan langkah – langkah penentuan nilai ekuilibrium Nash dari model inventori secara analitik:

1. Tentukan fungsi total biaya dari tiap – tiap pihak dalam sistem inventori tersebut.
2. Hitung turunan parsial pertama dari tiap – tiap fungsi total biaya terhadap semua variabel keputusan dan kemudian hasilnya disama dengankan nol. Dengan demikian akan didapat sistem persamaan non-linear.
3. Selesaikan sistem persamaan nonlinear tersebut untuk tiap – tiap variabel keputusan. Solusi yang didapat merupakan nilai optimum ekuilibrium Nash.

Jika model inventori semakin kompleks maka sistem persamaan nonlinear yang didapatkan akan mempunyai bentuk yang cukup rumit pula.

Dalam penentuan EOQ selain dengan menggunakan hasil analitik, juga dapat digunakan pula hasil dalam bentuk numerik. Hasil secara numerik dihasilkan dari prosedur algoritma penentuan solusi.

1. Penentuan nilai optimal variabel keputusan (*best response*) untuk tiap pihak dengan mengasumsikan bahwa keputusan optimal dari pihak lain diketahui terlebih dahulu.
2. Setelah tiap pihak dihitung *best response*-nya maka algoritma dijalankan dengan terlebih dahulu memberikan kondisi awal untuk tiap pihak.
3. Pada tiap tiap solusi *best response* apabila telah kurang dari nilai error yang diberikan, maka ekuilibrium Nash telah didapatkan

KESIMPULAN DAN SARAN

Telah dapat dijelaskan secara rinci penggunaan konsep ekuilibrium dalam teori permainan, dalam hal ini adalah ekuilibrium Nash dalam penentuan EOQ dari suatu model inventori. Penggunaan konsep tersebut manakala tiap – tiap pihak dalam sistem rantai pasok, memilih untuk melakukan strategi optimal sendiri – sendiri sebagai reaksi atas strategi yang dipilih oleh pihak lain. Dengan mengambil contoh pada model dua level, setelah formulasi total biaya untuk tiap – tiap pihak dirumuskan, maka langkah selanjutnya adalah menentukan respon terbaik (*best response*) dengan cara menghitung turunan parsial dari fungsi total biaya terhadap semua variabel keputusan. Kemudian hasil turunan dari tiap – tiap fungsi total biaya tersebut dibuat sama dengan nol sehingga terbentuk sebuah sistem persamaan non-linear. Dengan menyelesaikan sistem persamaan tersebut untuk tiap – tiap variabel keputusan, maka nilai variabel keputusan yang didapat tersebut adalah nilai ekuilibrium Nash. Penggunaan konsep ekuilibrium Nash menjadi sangat bermanfaat karena kondisi dari suatu sistem rantai pasok sangat bervariasi terutama dalam hal strategi yang digunakan oleh masing – masing pihak didalamnya. Untuk saran penelitian lebih lanjut dapat menganalisa penggunaan ekuilibrium Nash dalam penentuan EOQ model inventori secara algoritmik / prosedur numerik.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Abad, P.L. and Jaggi, C.K. (2003). A joint approach for setting unit price and the length of the credit period for a seller when end demand is price sensitive. *International Journal of Production Economics*, 83, 115 – 122.
- [2] Esmaili, M., Aryanezhad, M-B., Zeephongsekul, P. (2008). A game theory approach in seller – buyer supply chain. *European Journal of Operational Research*, 195(2), 442-448.
- [3] Huang, C.K. (2002). An integrated vendor – buyer cooperative model for items with imperfect quality. *Production Planning and Control*, 13, 355 – 361.
- [4] Lin, H.-J. (2013). An Integrated Supply Chain Inventory Model with Imperfect – Quality Items, Controllable Lead Time and Distribution – Free Demand. *Yugoslav Journal of Operations Research*, 23, 87 – 109.
- [5] Hsu, J-T. and Hsu, L-F. (2012). An Integrated Vendor – Buyer Cooperative Inventory Model for Items with Imperfect Quality and Shortage Backordering. *Advances in Decision Sciences*, 2012.
- [6] Salameh, M.K. and Jaber, M.Y. (2000). Economic production quantity model for items with imperfect quality. *International Journal of Production Economics*, 64(1), 59 – 64.
- [7] Goyal, S.K. (1977). An Integrated inventory model for a single supplier – single customer problem. *International Journal of Production Research*, 15, 107-111.

- [8] Cachon, G.& Netessine, S. (2004). *Game theory in supply chain analysis*. In D. Simchi- Levi, S.D. Wu & Z.-J. Shen (Eds.), *Handbook of Qualitative Supply Chain Analysis*. 4, 200-233. US: Springer US.
- [9] Setiawan, R. (2015). Pareto Optimal Investigation of Integrated Vendor – Buyer System for Imperfect Quality Product with Minimal Service Level Constraints. *Proceeding of The 2015 International Conference on Mathematics, Its Applications, and Mathematics Education*, Sanata Dharma University, 1-9.
- [10] Setiawan, R.(2016). A Game Theoretical Approach in Vendor – Buyer Probabilistic Inventory System with Imperfect Quality, Inspection Error, Minimum Service Level Constraint and Partial Backordering. *Far East Journal of Mathematical Sciences*, 100(10), 1695-1704.
- [11] Setiawan, R., & Triyanto. (2016), A Probabilistic Integrated Vendor – Buyer Cooperative Inventory Model with Imperfect Quality Items, Controllable Lead Time, Uncertainty Demands, Inspection Error, Shortage and Backordering Allowed, *Far East Journal of Mathematical Sciences*, 99(1), 109-132.
- [12] Setiawan, R., Kuswardi, Y., Pramudya, I. (2016). Aplikasi Kalkulus Optimasi dalam Analisa Optimum Variabel Keputusan Model Matematika Inventori Terintegrasi Dua Level dengan Produk Tidak Sempurna, Lead Free Demand dan Kendala Tingkat Layanan. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika 2016*, Program Studi S2 Pendidikan Matematika, Universitas Sebelas Maret, 977-984.
- [13] Setiawan, R. (2017). Several Comparison Result of Two Types of Equilibrium (Pareto Schemes and Stackelberg Scheme) of Game Theory Approach in Probabilistic Vendor – Buyer Supply Chain System with Imperfect Quality. *The 1st International Conference on Mathematics, Environmental and Education (ICoSMEE 2017)*, Sebelas Maret University, *IOP Journal of Physics: Proceeding Series*, 983.
- [14] Setiawan, R. (2017). Economic Order Quantity (EOQ) by Game Theory Approach in Probabilistic Supply Chain System under Service Level Constraint for Items with Imperfect Quality. *International Conference on Mathematics, Science and Education (ICMSE 2017)*, Semarang State University (Unnes), Accepted to publish in *Journal of Physics, IOP Proceeding Series*.

Ucapan Terima Kasih

Tim Peneliti berterima kasih kepada LPPM UNS, karena penelitian ini merupakan bagian dari luaran Hibah Peningkatan Kapasitas Grup Riset (PKK-GR) untuk Publikasi Ilmiah 2018 dengan nomor kontrak 543/UN27.21/PP/2018