ISSN 2614-0357

ANALISIS STRATEGI BERNALAR LOGIS DAN MEMBAGI KASUS PADA PERMASALAHAN NON RUTIN KOMBINATORIKA

Evi Triatmi[1], Rubono Setiawan[2]
[1] Pendidikan Matematika, F.KIP, Universitas Sebelas Maret
email: evitriatmi.einstein@gmail.com
[2] Pendidikan Matematika, F.KIP, Universitas Sebelas Maret
Jalan Ir. Sutami No.36 A, Kentingan Surakarta
email: rubono.matematika@staff.uns.ac.id

ABSTRAK

Masalah matematika non rutin dapat diselesaikan dengan menggunakan strategi pemecahan masalah matematika. Penelitian ini menganalisis strategi pemecahan masalah matematika yang menggabungkan bernalar logis dan membagi kasus untuk menjawab masalah non rutin yang muncul pada soal Olimpiade Sains Nasional Sekolah Menengah Pertama dan sumber-sumber lain yang berkaitan dengan kombinatorika untuk tingkat kabupaten, nasional, dan provinsi yang sering dikeluarkan dari tahun ke tahun. Masalah kombinatorika yang sering muncul yaitu menentukan banyaknya kemungkinan susunan tertentu dan menghitung peluang suatu kejadian.Jenis penelitian yang digunakan adalah Research and Development (R & D). Peneltian ini dimulai dengan mengumpulkan dan menganalisis beberapa masalah Olimpiade dan masalah non rutin yang bersumber dari buku. Masalah ini dijawab dan diselesaikan dengan kombinasi strategi pemecahan masalah matematik bernalar logis dan membagi kasus. Pelaksanaan pemecahan masalah ini juga harus disesuaikan dengan langkah pemecahan masalah Polya yang terdiri dari empat tahap. Langkah Polya digunakan untuk memberikan struktur pemecahan masalah yang lebih terstruktur.

Kata Kunci: *bernalar logis, membagi kasus, kombinatorika, langkah Polya*

1. PENDAHULUAN

Setiap siswa memiliki kemampuan yang berbeda-beda dalam belajar. Menurut Risnawati (2008: 24), kemampuan adalah kecakapan untuk melakukan suatu tugas khusus dalam kondisi yang telah ditentukan. Kemampuan pada diri siswa tersebut menjadi tujuan yang ingin dicapai pada proses pembelajaran. Salah satu aspek kemampuan yang sangat penting dalam pembelajaran adalah kemampuan memecahkan masalah. Behrman, Kliegman, dan Arvin (2000: 130) mengatakan bahwa pentingnya kemampuan pemecahan masalah itu dilihat dari kegunaannya dalam memecahkan dan mencari solusi atas masalah di kehidupan sehari-hari

Pengertian masalah dalam kamus matematik yang dikutip oleh Effandi Zakaria dkk (2007:113) adalah sesuatu yang memerlukan penyelesaian. Menurut Krulik dan Rudnick sebagaimana yang dikutip Effandi Zakaria, menyatakan bahwa masalah dalam matematika dapat diklasifikasikan menjadi dua jenis, yaitu masalah rutin dan masalah non rutin. Masalah rutin merupakan masalah berbentuk latihan yang berulang-ulang yang melibatkan langkah-langkah dalam penyelesaiannya. Masalah rutin biasanya dapat diselesaikan dan dikerjakan siswa dengan mudah, sedangkan masalah non rutin ada dua, yaitu masalah proses dan masalah yang berbentuk teka-teki. Masalah proses yaitu masalah yang memerlukan perkembangan strategi untuk memahami suatu masalah dan menilai langkah penyelesaian masalah tersebut. Masalah yang berbentuk teka teki yaitu masalah yang memberikan peluang kepada siswa untuk melibatkan diri dalam pemecahan masalah tersebut. Masalah rutin pada matematika biasanya diberikan guru saat kegiatan belajar mengajar, sedangkan masalah-masalah non rutin pada pelajaran matematika biasanya tidak dibahas di kelas, melainkan muncul pada soal-soal olimpiade baik tingkat kabupaten/ kota, provinsi, nasional, dan bahkan internasional. Untuk penelitian kali ini, fokus permasalahan yang dibahas adalah masalah non rutin pada soal-soal olimpiade matematika SMP dan sumber lainnya pada cabang kombinatorika.

Kombinatorika adalah salah satu cabang matematika. Soal-soal matematika materi kombinatorika dalam Olimpiade Sains Nasional Matematika SMP merupakan soal non rutin yang mendorong siswa bernalar secara logis dan melatih siswa berpikir pemecahan masalah. Jenis soal kombinatorika yang muncul dalam soal-soal olimpiade biasanya untuk mencari banyaknya kemungkinan-kemungkinan dalam suatu kejadian dan atau menentukan peluang suatu kejadian.

Pemecahan masalah matematika dalam soal rutin tidak memerlukan strategi khusus dalam penyelesaiannya. Sedangkan pada masalah non rutin penyelesaiannya perlu menggunakan strategi-strategi khusus. Ada banyak strategi yang bisa digunakan dalam memecahkan masalah matematika. Namun dalam penggunaannya bisa satu soal satu strategi atau satu soal menggunakan kombinasi beberapa strategi. Strategi dalam memecahkan masalah matematika, diantaranya adalah bekerja mundur, penemuan pola, melihat dari sudut pandang lain, menyederhanakan masalah serupa, mempertimbangkan kasus ekstrim, membuat gambar/ diagram, menebak dengan cerdas dan mengetesnya, memperhitungkan semua kemungkinan, mengorganisasi data, membagi kasus, dan bernalar logis. Beberapa strategi tersebut memiliki ciri khusus soal mana yang dapat dikerjakan dengan strategi tersebut. Untuk dapat memecahkan soal dengan baik, maka strategi yang dipilih harus tepat. Siswa harus memahami secara mendalam strategi pemecahan masalah yang diperlukan untuk memecahkan masalah yang diberikan. Hal ini untuk menghindari waktu yang terbuang untuk mengerjakan soal, sehingga pengerjaannya lebih efektif.

Pada penelitian ini penulis hanya fokus pada penggunaan kombinasi strategi bernalar logis dan membagi kasus pada masalah non rutin kombinatorika. Selain itu, penulis juga akan membahas mengenai penerapan strategi tersebut berdasarkan pada langkah-langkah Polya untuk penyelesaian masalah non rutin kombinatorika. Tujuan dari penulisan ini adalah untuk mengetahui bagaimana penggunaan kombinasi strategi membagi kasus dan bernalar logis untuk menyelesaikan permasalahan non rutin kombinatorika dan penerapannya berdasarkan langkah Polya.

2. KAJIAN TEORI

Masalah Matematika

Kata masalah adalah salah satu kata yang sering didengar dalam kehidupan sehari-hari. Tidak ada orang yang tidak punya masalah dalam hidupnya, baik itu masalah ringan ataupun masalah yang berat. Menurut Sugiyono (2009:52) masalah diartikan sebagai penyimpangan antara yang seharusnya dengan apa yang benar-benar terjadi, antara teori dengan praktek, antara aturan dengan pelaksanaan, antara rencana dengan pelaksana. Sedangkan menurut Hudojo (1990: 32) mengemukakan bahwa masalah sebagai pernyataan kepada seseorang dimana orang tersebut tidak mempunyai aturan/hukum tertentu yang segera dapat digunakan untuk menemukan jawaban dari pertanyaan tersebut. Untuk dapat menyelesaikan suatu masalah dapat dilakukan dengan cara yang beragam. Tidak hanya masalah dalam kehidupan sehari-hari, dalam pembelajaran matematika pun terdapat masalah. Masalah yang dimaksud berupa soal dan tugas yang harus diselesaikan oleh siswa.

Kata matematika berasal dari perkataan latin *mathematica*, yang mulanya diambil dari perkataan Yunani *mathematike* yang berarti ”*relating to learning*”. Perkataan itu mempunyai asal katanya *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (*knowledge, science*). Kata *mathematike*berhubungan pula dengan kata lainnya yang hampir sama, yaitu *mathenein* yang artinya belajar (berpikir) (Erman Suherman, 2003: 15-16). Matematika lebih menekankan kegiatan dalam dunia rasio (penalaran). Menurut Russefendi, matematika terorganisasikan dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan, definisi-definisi, aksioma-aksioma, dan dalil-dalil di mana dalil-dalil setelah dibuktikan kebenarannya berlaku secara umum, karena itulah matematika sering disebut ilmu deduktif.

Bardasarkan uraian tersebut maka masalah matematika dapat diartikan sebagai suatu soal atau pertanyaan ataupun fenomena yang memiliki tantangan untuk memecahkannya.

Pemecahan Masalah Matematika

Terdapat beberapa makna dari pemecahan masalah matematika yang dikemukakan oleh para ahli. Ruseffendi (2001: 336) mengemukakan bahwa suatu soal merupakan soal pemecahan masalah bagi seseorang bila ia memiliki pengetahuan dan kemampuan untuk menyelesaikannya, tetapi pada saat ia memperoleh soal itu ia belum tahu cara menyelesaikannya. Dalam kesempatan lain Ruseffendi (2001-337) juga mengemukakan bahwa suatu persoalan itu merupakan masalah bagi seseorang jika: pertama, persoalan itu tidak dikenalnya. Kedua, siswa harus mampu menyelesaikannya, baik kesiapan mentalnya maupun pengetahuan siapnya; terlepas daripada apakah akhirnya ia sampai atau tidak kepada jawabannya. Ketiga, sesuatu itu merupakan pemecahan masalah baginya, bila ia ada niat untuk menyelesaikannya.

Pemecahan masalah dalam matematika adalah penyelesaian dari suatu situasi dalam matematika yang dianggap masalah bagi orang yang menyelesaikannya. Menyelesaikan masalah merupakan proses mental yang tinggi dan kompleks yaitu melibatkan visualisasi, imajinasi, abstraksi dan asosiasi informasi yang diberikan. Karena itu, penyelesaian masalah melalui proses belajar mengajar matematika dapat membantu siswa dalam meningkatkan dan mengembangkan kemampuannya pada aspek penerapan, analisis, sintetis, dan evaluasi.

Cara memecahkan masalah dikemukakan oleh beberapa ahli, di antaranya Dewey dan Polya. Dewey (dalam Muzdalipah, 2009: 15) memberikan lima langkah utama dalam memecahkan masalah,

1. Mengenali/menyajikan masalah: tidak diperlukan strategi pemecahan masalah jika bukan merupakan masalah;
2. Mendefinisikan masalah: strategi pemecahan masalah menekankan pentingnya definisi masalah guna menentukan banyaknya kemungkinan penyelesian;
3. Mengembangkan beberapa hipotesis: hipotesis adalah alternatif penyelesaian dari pemecahan masalah;
4. Menguji beberapa hipotesis: mengevaluasi kelemahan dan kelebihan hipotesis;
5. Memilih hipotesis yang terbaik.

Sebagaimana Dewey, Polya (dalam Muzdalipah, 2009: 15) pun menguraikan proses yang dapat dilakukan pada setiap langkah pemecahan masalah. Proses tersebut terangkum dalam empat langkah beri kut:

1. Memahami masalah (*understanding the problem*).
2. Merencanakan penyelesaian (*devising a plan*).
3. Melaksanakan rencana (*carrying out the plan)*.
4. Memeriksa proses dan hasil (*looking back*).

Strategi Pemecahan Masalah Matematika

Untuk memecahkan masalah matematika maka diperlukan strategi-strategi tertentu yang sesuai dengan jenis masalah yang diberikan. Strategi dapat diartikan sebagai ide-ide atau cara berpikir seseorang untuk dapat menyelesaikan masalah yang dihadapi. Sedangkan strategi pemecahan masalah matematika adalah ide-ide atau cara berpikir seseorang untuk menyelesaikan masalah-masalah matematika. Strategi pemecahan masalah matematika ditujukan untuk para pengajar bidang studi Matematika sebagai alternatif dalam menerapkan dan mengembangkan proses dan aktivitas pembelajaran di kelas yang lebih produktif dan bermakna. Strategi pemecahan masalah merupakan suatu proses memecahkan suatu masalah dan yang menyangkut merubah keadaan yang aktual menjadi keadaan seperti yang dikehendaki.

Strategi pemecahan masalah matematika dibedakan menjadi beberapa macam. Dalam bukunya "*Problem Solving through Problem*", Loren C. Larson merangkum strategi pemecahan masalah matematika menjadi 12 macam sebagai berikut :

1. Mencari pola
2. Buatlah gambar
3. Bentuklah masalah yang setara
4. Lakukan modifikasi pada soal
5. Pilih notasi yang tepat
6. Pergunakan simetri
7. Kerjakan dalam kasus-kasus
8. Bekerja mundur
9. Berargumentasi dengan kontradiksi
10. Pertimbangkan paritas 4
11. Perhatikan kasus-kasus ekstrim
12. Lakukan perumuman

Sedangkan menurut Hartono (2014), ada 10 strategi yang sering dipakai yaitu:

1. Bekerja mundur
2. Menemukan pola
3. Melihat dari sudut pandang lain
4. Menyederhanakan masalah serupa
5. Mempertimbangkan kasus ekstrim
6. Membuat gambar atau diagram
7. Menebak dengan cerdas dan mengetesnya
8. Menghitung semua kemungkinan
9. Mengorganisasi data
10. Bernalar secara logis.

Melalui berbagai strategi yang sudah dikemukakan para ahli tersebut diharapkan dapat membantu siswa dalam penyelesaian masalah matematika.

Kombinatorika

Kombinatorika adalah cabang matematika yang mempelajari enumerasi, kombinasi, dan permutasi himpunan dari unsur-unsur dan relasi matematis yang mencirikan sifat-sifatnya. Secara sederhana, kombinatorika diartikan sebagai bidang matematika yang mempelajari tentang susunan benda-benda.

a. Kaidah Dasar Menghitung

1) Kaidah Perkalian *(rule of product)*
   Misalkan percobaan 1 mempunyai p hasil percobaan, dan percobaan 2 mempunyai q hasil, maka bila percobaan 1 dan percobaan 2 dilakukan akan terdapat $p \times q$ hasil percobaan.
2) Kaidah Penjumlahan *(rule of sum)*
   Misalkan percobaan 1 mempunyai p hasil percobaan, dan percobaan 2 mempunyai q hasil, maka bila percobaan 1 atau percobaan 2 dilakukan (hanya salah satu percobaan saja yang dilakukan) akan terdapat $p + q$ hasil percobaan.

b. Permutasi

Permutasi adalah jumlah urutan yang berbeda dari pengaturan objek-objek. Permutasi merupakan bentuk khusus aplikasi kaidah perkalian. Misalkan jumlah objek adalah n, maka:
urutan pertama dipilih dari n objek,
urutan kedua dipilih dari (n – 1) objek,
urutan kedua dipilih dari (n – 2) objek,
…
urutan terakhir dipilih dari 1 objek yang tersisa.

Menurut kaidah perkalian, permutasi dari n objek adalah

$n(n-1)(n-2)\ldots(2)(1) = n!$

Rumus permutasi-r (jumlah susunan berbeda dari pemilihan r objek yang diambil dari n objek (r ≤ n)), dilambangkan dengan P(n,r):

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

c. Kombinasi

Bentuk khusus dari permutasi adalah kombinasi. Jika pada permutasi urutan kemunculan diperhitungkan, maka pada kombinasi, urutan kemunculan diabaikan.

Rumus kombinasi-r (jumlah pemilihan yang tidak terurut r elemen yang diambil dari n buah elemen (r ≤ n)), dilambangkan dengan C(n,r) atau (nCr) adalah:

$$_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

d. Peluang

Ruang sampel adalah himpunan semua kejadian yang mungkin terjadi Peluang suatu kejadian adalah kemungkinan terjadinya kejadian tersebut. Peluang kejadian A dengan ruang sampel S adalah

$$\mathrm{P(A)} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

P(A) = 0 , kemustahilan

P(A) = 1, kepastian

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini termasuk dalam jenis penelitian dan pengembangan atau sering dikenal dengan sebutan Research and Development (R&D). Menurut Sugiyono (2012:407), metode penelitian dan pengembangan adalah metode penelitian yang digunakan untuk menghasilkan produk tertentu dan menguji keefektifan produk tersebut.

Masalah-masalah yang diangkat dalam penelitian ini adalah masalah-masalah non rutin pada matematika bidang kombinatorika. Masalah non rutin tersebut didapatkan dengan mengumpulkan soal-soal olimpiade nasional tingkat SMP dan soal-soal yang berusmber dari buku. Menurut pengamatan penulis, soal-soal tipe kombinatorika tersebut biasanya dikeluarkan paling sedikit satu soal pada setiap tahunnya pada olimpiade. Berdasarkan hasil pengamatan tersebut penulis melakukan analisis bagaimana cara mengerjakan soal kombinatorika dengan cara yang mudah dan efektif sehingga memudahkan siswa dalam mengerjakan soal. Dalam penelitian *research and development* ini penulis mencoba untuk mengembangkan cara untuk menyelesaiakn soal non rutin tersebut dengan strategi pemecahan masalah yang lebih efektif namun tidak mengurangi makna dalam soal.

Pada tahap perencanaan penelitian penulis mengumpulkan soal-soal olimpiade SMP baik tingkat Kabupaten, tingkat Provinsi maupun tingkat Nasional dan soal-soal non rutin yang berumber dari buku pada materi kombinatorika. Tipe soal yang dipilih yaitu soal mengenai mencari banyak kemungkinan kombinasi susunan tertentu serta peluang kejadian. Soal-soal yang sudah dikumpulkan selanjutnya dianalisis cara untuk menyelesaikan soal tersebut menggunakan kombinasi strategi bernalar logis dan membagi kasus. Penulis juga menggunakan langkah Polya dalam menyelesaikan permasalahan matematika yang disajikan dengan tujuan agar langkah-langkah dalam analisis yang dilakukan runtut dan mudah dipahami.

Pada tahap pelaksanaan penelitian, yang dilakukan adalah penulis mencoba untuk menyelesaikan soal-soal non rutin tersebut menggunakan kombinasi strategi bernalar logis dan membagi kasus.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Bagian ini menyajikan hasil penelitian. Hasil penelitian dapat dilengkapi dengan tabel, grafik (gambar), dan/atau bagan. Bagian pembahasan memaparkan hasil pengolahan data, menginterpretasikan penemuan secara logis, mengaitkan dengan sumber rujukan yang relevan.

Soal-soal matematika materi kombinatorika dalam Olimpiade Sains Nasional Matematika SMP merupakan soal non rutin yang mendorong siswa untuk bernalar logis dan melatih siswa berpikir pemecahan masalah yang sesuai. Soal-soal yang muncul biasanya terkait peluang kejadian, permutasi, dan kombinasi. Untuk dapat menyelesaikan soal-soal tersebut dapat dengan mengombinasikan strategi bernalar logis dan membagi kasus dapat mempersingkat hitungan.

Bernalar Logis

Bernalar logis merupakan strategi yang berkaitan dengan penggunaan penalaran ataupun penarikan kesimpulan yang sah atau valid dari berbagai informasi atau data yang ada. Penggunaan strategi ini yaitu dengan menyeleksi dan menganalisa informasi yang diterima menjadi kesimpulan yang tepat berdasarkan data-data yang ada. Sehubungan dengan pemecahan masalah matematika, Wardhani (dalam Hartono: 2014, 84) mengemukakan enam indikator penalaran matematika, yakni:

a. Kemampuan mengajukan dugaan
b. Kemampuan manipulasi matematika
c. Kemampuan menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti dari suatu permasalahan matematika.
d. Kemampuan menarik mesimpulan dari suatu pernyataan.
e. Kemampuan memeriksa keshahihan dari suatu argument.
f. Kemampuan menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generelisasi.

Contoh masalah non rutin yang dapat diselesaikan dengan bernalar logis yaitu:

a. *Diketahui* $M = \{10, 11, 12, \ldots, 99\}$ *dan A adalah himpunan bagian dari M yang mempunyai 4 anggota. Jika jumlah semua anggota merupakan suatu bilangan genap, maka banyak himpunan bagian A yang mungkin adalah...*

   OSN SMP Tingkat Kabupaten/Kota Tahun 2017

   Pada soal tersebut dapat diketahui bahwa banyaknya bilangan anggota himpunan M ada 90, dengan masing-masing banyaknya bilangan genap dan ganjil ada 45. Dari bilangan-bilangan tersebut akan dicari kemungkinan-kemungkinan 4 bilangan yang jika dijumlah hasilnya genap. Jumlah 4 bilangan genap dapat diperoleh jika 4 bilangan tersebut terdiri dari 4 bilangan genap, 4 bilangan ganjil, atau 2 bilangan genap dan 2 bilangan ganjil.

b. *Empat orang siswa makan siang di suatu kantin. Di kantin tersebut masih tersedia 3 porsi nasi goreng, 20 porsi nasi pecel, dan 25 porsi nasi rawon, 19 gelas jus alpukat, 17 gelas jeruk panas, dan 15 gelas jus sirsak. Mereka ingin memesan 4 porsi makanan dan 3 gelas minuman. Tentukan banyak pilihan komposisi makanan dan minuman yang mungkin mereka pesan.*

   OSN Matematika Tingkat Provinsi tahun 2016

ISSN 2614-0357

Pada permasalahan tersebut terdapat beberapa pilihan makanan dan minuman yang dapat dipilih. Untuk menentukan kemungkinan pilihan komposisi makanan yang dapat dipilih maka ada dua hal yang harus diperhatikan, yaitu pilihan komposisi makanan dan minuman. Karena jenis makanan yang dapat dipilih ada 3, serta akan dipilih 4 porsi maka dapat dilihat kemungkinan jika 4 yang dipilih terdiri dari 4 jenis makanan, 3 jenis makanan yang berbeda, 2 jenis makanan. Begitupun dengan pilihan komposisi minumannya. Karena ada 3 jenis minuman dan akan dipilih 3 minuman, maka bisa saja pilihannya terdiri dari 3 jenis minuman, 2 jenis minuman, atau 1 jenis minuman.

c. *Ada 12 orang yang antri untuk membeli tiket masuk suatu pertunjukkan dengan harga satu tiket adalah Rp 5.000,00. Diketahui 5 orang diantara mereka hanya mempunyai uang kertas Rp 10.000,00 dan sisanya hanya mempunyai uang kertas Rp 5.000,00. Jika penjual tiket awalnya hanya mempunyai uang Rp 5.000,00, berapakah peluang penjual tiket tersebut mempunyai cukup kembalian untuk melayani semua orang sesuai dengan urutan mereka dalam antrian?*

OSN SMP 2012

Misal S adalah ruang sampel dari semua susunan antrian yang mungkin dan A adalah susunan antrian dimana penjual tiket mempunyai cukup kembalian untuk melayani semua orang sesuai dengan urutan mereka dalam antrian. Untuk selanjutnya guna memudahkan penulisan kita misalkan susunan antrian dimana penjual tiket mempunyai cukup kembalian sebagai *antrian bagus*. Selain itu, misalkan pula kelompok orang yang mempunyai uang Rp 10.000,00 sebagai kelompok merah dan kelompok orang yang mempunyai uang Rp 5.000,00 sebagai kelompok biru.

Selanjutnya mudah dilihat bahwa $n(S)$=12! Sedangkan untuk menghitung $n(A)$ yaitu banyaknya *antrian bagus* bisa dilakukan sebagai berikut :

Karena penjual tiket diawal telah memiliki uang Rp 5.000,00 maka satu orang dari kelompok merah dapat berada di awal antrian. Oleh karena itu, karena kelompok biru terdiri dari 7 orang maka akan ada 8 tempat yang bisa ditempati oleh orang dari kelompok merah

Membagi Kasus

Masalah yang dapat diselesaikan dengan membagi kasus adalah masalah-masalah yang tidak dapat diselesaikan sekaligus. Sering terjadi bahwa masalah dapat dibagi menjadi sejumlah submasalah kecil, yang masing-masing dapat ditangani secara terpisah dalam kasus per kasus. Kadang-kadang, submasalah dapat diatur secara hierarkis ke dalam sub-tujuan. Pada tahap awal analisis perlu dipikirkan bagaimana masalah dapat dibagi menjadi sejumlah kecil submasalah yang lebih sederhana dan selanjutnya dikerjakan secara terpisah setiap submasalahnya dalam kasus per kasus. Dalam menyelesaikan permasalahan matematika materi kombinatorika, seringkali kita menjumpai soal-soal yang tidak dapat diselesaikan sekaligus. Sehingga perlu diperhatikan kasus-kasus yang mungkin terjadi pada masalah tersebut. Kemudian masing-masing kemungkinan kasus tersebut diselesaikan secara terpisah. Contoh masalah non rutin yang dapat diselesaikan dengan membagi kasus yaitu:

a. *Diketahui* $M = \{10, 11, 12, \ldots, 99\}$ *dan A adalah himpunan bagian dari M yang mempunyai 4 anggota. Jika jumlah semua anggota merupakan suatu* *bilangan genap, maka banyak himpunan bagian A yang mungkin adalah...*

OSN SMP Tingkat Kabupaten/Kota Tahun 2017

Banyak kemungkinan himpuan bagian A lebih mudah dicari jika dibagi kasus-kasus yang mungkin dari pada mendaftar satu-persatu kemungkinan, karena bisa saja dari kemungkinan-kemungkinan yang sudah ditulis ada yang terlewat atau ditulis lebih dari satu kali. Kasus-kasus yang mungkin adalah kasus yang menyebabkan jumlah 4 anggota dari himpunan A tersebut bernilai genap.

b. *Empat orang siswa makan siang di suatu kantin. Di kantin tersebut masih tersedia 3 porsi nasi goreng, 20 porsi nasi pecel, dan 25 porsi nasi rawon, 19 gelas jus alpukat, 17 gelas jeruk panas, dan 15 gelas jus sirsak. Mereka ingin memesan 4 porsi makanan dan 3 gelas minuman. Tentukan banyak pilihan komposisi makanan dan minuman yang mungkin mereka pesan*.

OSN Matematika Tingkat Provinsi tahun 2016

Banyak kemungkinan pilihan komposisi makanan dan minuman yang dipesan lebih mudah dicari jika dibagi kasus-kasus yang mungkin dari pada mendaftar satu-persatu kemungkinan, karena bisa saja dari kemungkinan-kemungkinan yang sudah ditulis ada yang terlewat atau ditulis lebih dari satu kali. Pada permasalahan tersebut harus diperhatikan kasus pada pilihan kombinasi makanan dan minuman. Sehingga dicari dulu kasus-kasus yang mungkin antara makanan dan minuman, baru kemudian hasilnya dikalikan.

c. *Sekolah A memiliki 3 kelas yang akan mengikuti ujian komputer pada sekolah B. Sekolah B menyediakan 2 pilihan waktu setiap harinya selama 5 hari berturut-turut. Setiap waktu yang disediakan dibuka dua kelas paralel. Jika setiap kelas sekolah A hanya mengikuti satu kali ujian, dan waktu ujian ditentukan secara acak, maka peluang bahwa tiga kelas tersebut mengikuti ujian pada hari yang berbeda adalah ...*

OSN Matematika Tingkat Provinsi tahun 2017

Banyak kemungkinan pilihan ketiga kelas tersebut mengikuti ujian pada hari berbeda lebih mudah dicari jika dibagi kasus-kasus yang mungkin dari pada mendaftar satu-persatu kemungkinan, karena bisa saja dari kemungkinan-kemungkinan yang sudah ditulis ada yang terlewat atau ditulis lebih dari satu kali. Pada permasalahan tersebut harus diperhatikan kasus pada setiap kelas. Pada setiap kelas apabila sudah melaksanakan ujian di hari x maka hari tersebut tidak bisa digunakan oleh kelas lain.

Penggunaan Kombinasi Strategi Bernalar logis dan Membagi Kasus pada Permasalahan Non Rutin Kombinatorika

Dalam menyelesaikan permasalahan matematika non rutin kombinatorika, kita dapat memanfaatkan kombinasi strategi bernalar logis dan strategi membagi kasus. Langkah penggunaan kombinasi strategi ini yang pertama adalah menggunakan strategi bernalar logis dengan menyeleksi dan menganalisa informasi yang diterima menjadi kesimpulan yang tepat berdasarkan data-data yang ada. Pada langkah ini, masalah-masalah yang ada dianalisa dari data-data yang ada hingga dapat menyimpulkan apa yang dimaksud soal. Langkah kedua adalah dengan membagi kasus-kasus dari masalah yang ada. Soal-soal yang dalam penyelesaiannya menggunakan strategi membagi kasus merupakan soal yang dapat dipecah lagi menjadi subsoal dan dicari penyelesaiannya secara terpisah tiap sub soal.

Misalnya soal yang melibatkan banyak himpunan, sehingga perlu ditinjau masing-maisng himpunan bagian dan ditentukan penyelesaiannya tiap himpunan bagian. Contoh lain misalnya dalam soal yang pemecahan masalahnya adalah mencari penyelesaian untuk kasus semua bilangan bulat, maka dalam penyelesaiannya dapat dibagi menjadi kasus-kasus yang diselesaikan secara terpisah yaitu untuk bilangan bulat positif, bilangan bilat negatif, dan untuk bilangan nol. Adapun penggunaanya kombinasi strateginya dengan menerapkan langkah Polya sebagai berikut:

a. Diketahui $M = \{10, 11, 12, \dots, 99\}$ dan A adalah himpunan bagian dari M yang mempunyai 4 anggota. Jika jumlah semua anggota merupakan suatu bilangan genap, maka banyak himpunan bagian A yang mungkin adalah...
   OSN SMP Tingkat Kabupaten/Kota Tahun 2017
   1) Memahami Masalah
      Diketahui: $M = \{10, 11, 12, \dots, 99\}$
      $A \subseteq M$ dengan 4 anggota dan jumlah semua anggotanya bilangan genap
      Ditanya: banyak himpunan A yang mungkin
   2) Menyusun Strategi
      Strategi yang akan digunakan adalah kombinasi bernalar logis dan membagi kasus. Karena fokus pada strategi bernalar logis dan membagi kasus, maka siswa haruslah memakai kombinasi dari strategi ini. Masalah tersebut akan dibagi menjadi beberapa kasus untuk memudahkan penyelesaian dan dikombinasikan dengan bernalar logis.
   3) Melakukan strategi yang dipilih
      Dalam soal tersebut, penyelesaiannya sesuai dengan strategi yang direncanakan adalah sebagai berikut:
      a) Bernalar logis
         Pada permasalahan tersebut maka dapat diketahui banyaknya anggota himpunan M ada 90. Jika akan dicari banyaknya himpunan A yang mungkin di mana $A \subseteq M$ dengan 4 anggota dan jumlah semua anggotanya bilangan genap, maka sebelumnya harus diketahui banyaknya bilangan ganjil dan bilangan genap pada himpunan M.
         Genap = $\{10, 12, \dots, 98\}$, maka n(Genap) = 45
         Ganjil = $\{11, 13, \dots, 99\}$, maka n(Ganjil) = 45
         Jumlah 4 bilangan genap dapat diperoleh jika
      b) Membagi kasus
         Agar jumlah ke empat anggota A genap, maka dapat dibagi menjadi beberapa kasus.
         (1) 4 bilangan merupakan bilangan genap
         $$C_4^{45} = \frac{45!}{(45-4)!\,4!} = \frac{45!}{41!\,4!}$$
         $$= \frac{45.44.43.42.41!}{41!\ 4.3.2.1}$$
         $$= 148.995$$
         (2) 4 bilangan merupakan bilangan ganjil
         $$C_4^{45} = \frac{45!}{(45-4)!\,4!}$$
         $$= \frac{45!}{41!\,4!}$$
         $$= \frac{45.44.43.42.41!}{41!\ 4.3.2.1}$$
         $$= 148.995$$
      (3) 2 bilangan genap, 2 bilangan ganjil
         $$C_2^{45}.C_2^{45} = \frac{45!}{(45-2)!2!}.\frac{45!}{(45-2)!2!} = \frac{45.44.43!}{43!\ 2.1}.\frac{45.44.43!}{43!\ 2.1} = 990 \times 990 = 980.110$$
         Maka total banyak kemungkinan jumlah semua anggota A merupakan bilangan genap =

148.995 + 148.995 + 980.100 = 1.278.090

4) **Memeriksa Kembali**
Kita dapat meneliti kembali pekerjaan yang telah dilakukan dengan mengecek setiap langkah yang dilakukan apakah ada perhitungan yang terlewatkan atau tidak, ketelitian, dan apakah antara merencanakan strategi dan melaksanakan stratgei telah sesuai.

5. KESIMPULAN

Dari kajian ini, terdapat beberapa hal yang dapat disimpulkan :

a. Dari hasil analisis contoh soal olimpiade yang telah dikerjakan, soal tersebut telah mengarah kepada aplikasi soal dari kombinatorika. Kedua contoh soal tersebut dapat dengan mudah jika dikerjakan dengan menggunakan strategi bernalar logis dan membagi kasus. Penerapan bernalar logis dilakukan dengan mengerjakan soal tersebut dimulai dengan menganalisis informasi dari data-data yang ada. Kemudian dibagi menjadi kasus-kasus agar lebih mudah dalam penyelesaian. Setiap kasus tersebut kemudian diselesaikan satu per satu.
b. Dari contoh-contoh soal tersebut, lebih efektif jika dikerjakan dengan mengombinasikan kedua strategi yaitu bernalar logis dan membagi kasus. Karena apabila siswa mengerjakan secara manual yaitu dengan cara mendaftar semua kemungkinan yang ada tanpa membagi kasus-kasus, maka waktu yang dihabiskan terlalu banyak serta ada kemungkinan solusi kemungkinan yang sudah ditulis akan ditulis lagi. Padahal biasanya dalam mengerjakan soal- soal olimpiade hanya diberikan waktu yang singkat, sehingga strategi- strategi yang dipilih siswa haruslah tepat dan cepat.

6. REFERENSI

[1] Hartono, Y. (Ed). (2014). *Matematika Strategi Pemecahan Masalah*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

[2] Hudoyo. (1990). *Strategi Belajar Mengajar Maternatika*. Malang: IKIP.

[3] Muzdalipah, I. (2010). Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Melalui Pendekatan *Problem Posing*. *Jurnal Matematika*. 1(1).

[4] Styaningsih,I.N.(2014). *Kombinatorial, Kaidah Dasar Menghitung (Counting), dan Prinsip Sarang Merpati.* Diakses di http://ikanurstyaningsih.blogspot.co.id/2014/11/kombinatorial-kaidah-dasar-menghitung.html pada 20 Desember 2017.

[5] Sugiyono.(2009). *Metode Penelitian Pendidikan (Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R & D)*. Bandung: IKAPI.

[6] Widodo, T. (2016). *Kumpulan Soal OSK Tahun 2011- 2016*. Diunduh di http://tuturwidodo.com/downloa d/. pada 23 September 2017.

[7] Zakaria, E. (2007). *Trend Pengajaran dan Pembelajaran Matematik*. Kuala Lumpur : PRIN-AD, SDN, BHD.

[8] Astuti, K.M.D.,& Setiawan, R. (2017). Analisis Strategi Menyederhanakan Masalah Serupa dan Sudut Pandang Lain Pada Permasalahan Non Rutin Penjumlahan Fungsi. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 6(1), 56-57.

[9] Riffayanti, L.,& Setiawan, R. (2017) Analisis Strategi Langkah Mundur dan Bernalar Logis dalam Menentukan Bilangan dan Nilainya, *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika* 6(1), 114-126.

[10] Fauziah, A.N., & Setiawan, R. (2018). Analisis Strategi Bekerja Mundur dan Ekuivalensi Pada Permasalahan Non Rutin Sistem Persamaan. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika SOLUSI*, 2 (1), 79-88.

[11] Ayuningrum, S M., & Setiawan, R. (2018). Analisis Penggunaan Strategi Menerka Lalu Menguji Kembali dan Melihat dari Sudut Pandang Lain Dalam Matematika Non-Rutin Untuk Penyelesaian Mencari Nilai x Pada Suatu Persamaan. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika SOLUSI*, 2,(1), 63-78.